DISSERTATIO
DE LUMINE

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO

BOSCOVICH,

SOCIETATIS JESU.







VINDOBONÆ,

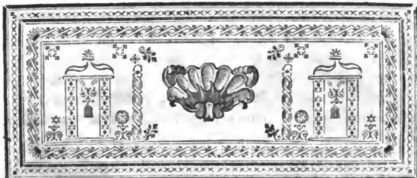
Typis JOANNIS THOMÆ NOB. DE TRATTNERN,
CAES. REG. AULAE TYPOGRAPHI ET BIBLIOPOLAE.

MDCCLXVI.

DISSERTATIO
DE
LUMINE

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH
SOCIETATIS JESU.



PARS PRIMA.



1.

Nullum eſt ſane in Phyſico-Mathematicis diſciplinis argumentum, in quo magis Recentiorum Philoſophorum deſudarit induſtria, nullum, in quo, duce potiſſimum Newtono, plures progreſſus habuerit, & in intimos quosdam velut receſſus felicius penetrarit, quam illud, quod ad luminis proprietates pertinet tam miras, tam varias, tam fœcundas, & plerasque ſaltem oculis ipſis ſine ulla longioris ratiocinationis neceſſitate ſubjectas. Plena ſunt omnia & publica Academiarum monumenta, & privati litteratorum Commentarii iis, quæ pertinent ad viſionem, ad ejus vitia, remedia, præſidia. Mirus autem ille coloratorum filorum textus, mira eorundem indoles, qua ubi a recto itinere detorquentur per refractionem,

alia alias ineunt vias coloris sui tenacissima, non solum studiosæ juventuti in gymnasiis publicis proponuntur; verum etiam delicatioribus Matronarum ingeniis, & in libris ad earum usum conscriptis venustiore quodam exornata stylo, & inter atratos privatarum ædium parietes a Natura ipsa pellucidissimorum vitrorum ope sponte depicta exhibentur.

2. Et quidem jure optimo tantus in hoc potissimum argumento excolendo labor impenditur. Nihil profecto in universa Mathesi mixta vel jucundius occurrit, vel etiam utilius. Hinc nimirum præcipua ad plures alias facultates, ad Astronomiam in primis, ad Perspectivam, ad ipsam Pictoriam artem petuntur præsidia: hinc universa pendet Naturæ investigatio, cum pendeat hinc ipse oculorum usus, quibus dum cæco quodam veluti carcere corporis continemur, tanquam præcipuo instrumento utimur ad res extra nos positas cognoscendas.

3. Verum licet ejusmodi investigatio successum habuerit optimum, & in luminis proprietatibus cognoscendis eo deventum sit, quo deveniri aliquando posse, fortasse olim ne sperare quidem licuisset; adhuc tamen immensus quidam longissimi, & maxime asperi implexique itineris superest tractus, sunt quædam secretiora, & penitus abdita veluti penetralia, in quibus adhuc suis se latebris Natura continet, & publicam lucem perosa, delitescit. Nam si de motibus ipsis, & directionibus radiorum sit sermo, sunt quædam profecto nondum satis pervestigata, atque detecta, & ex iis ipsis, quæ prima fronte certissima videntur omnino, ac patentissima, & quæ reliquorum omnium pro quodam veluti firmissimo fundamento adhibentur, non desunt, quæ si recta ratiocinatione uti libeat, ac præjudicia quædam seponere, quæ diuturna assentiendi consuetudine altius insederunt animo, atque tenacius adhæserunt, non solum pro demonstratis, sed nec pro satis

valide directa ratiocinatione probatis haberi possint. Quod autem ad ipsas motuum causas, & vires, ac intimam illam diversorum radiorum constitutionem pertinet, ex qua diversæ eorundem proprietates ortum ducunt; id vero ita obscurum huc usque extitisse arbitramur, ut non solum, quo se pacto res habeat, sed ne illud quidem, quo pacto se habere possit, satis uspiam sit explicatum.

4. Hæc dum altius perpenderemus, atque animo diligentius volutaremus, illud occurrit, fore operæ pretium, si id potissimum argumenti aliquanto diligentius pertractandum susciperemus, & tam ipsas luminis proprietates, quatenus ex phænomenis vel observando, vel recte ratiocinando colligi possunt, persequeremur, quam in ipsas causas mechanicas, a quibus pendent, sive in ipsam particularum luminis constitutionem, ac vires, per quas tam multæ motuum mutationes fiunt, inquireremus. Sed quoniam fusiorem tractationem res postulat, dissertationem partiri libet in partes duas. Prima hæc, ipsas luminis proprietates exponet, & earum præcipuas ad severioris criticæ leges exiget, altera in ipsas earundem proprietatum causas inquiret.

5. Quatuor præcipuas quasdam luminis proprietates agnoscunt Optici, & vulgo tradunt: Propagationem per lineam rectam, dum per medium homogeneum excurrit: Reflexionem, dum in diversorum mediorum confinio vel totum, vel aliqua tantum ex parte regreditur in idem medium, ex quo delatum est: Refractionem, dum ex uno medio in aliud oblique incidens directionem itineris mutat: Diffractionem, vel Inflexionem, dum in transitu prope tenues opacorum corporum acies inflectitur, & ab incœpto pariter itinere detorquetur. Priores tres jamdudum cognitæ, tribus, quæ de lumine agunt, vel diversis facultatibus, vel potius ejusdem facultatis partibus dederunt nomen, *Opticæ*,

nimirum, *Catoptricæ*, atque *Dioptricæ;* quas uno *Opticæ* vocabulo Newtonus, & quidem jure optimo designavit; cum nimirum ad unam visionem tam directi, quam refracti, reflexique radii referantur. At, quæ ad refractionem pertinent, mirum sane quantis auxerit incrementis Newtonus, diversa diversorum colorum refrangibilitate detecta; qui quidem tam ea, quæ ad refractionem, quam quæ ad reflexionem pertinent, vix credibile dictu est quantum provexerit eorum phænomenorum ope, quæ in tenuissimis lamellis diligentissime observavit, ubi *vices quasdam facilioris reflexionis, & facilioris transmissus*, ut idem ipse appellavit, persecutus est, difficillimas quidem explicatu, atque idcirco fortasse a diligentissimis etiam Elementorum Physicæ compilatoribus passim omissas; licet ab iis unis omnino pendeat eorum colorum ratio, quorum alios in aliis corporibus stabiles cernimus, in aliis autem ita varios, ut in eadem ejusdem corporis parte in aliis oculi inclinationibus alii se prodant. Diffractionem autem luminis, sive Inclinationem Grimaldus noster cum litteraria republica communicavit; licet in eo etiam Newtoni patientiæ, atque industriæ plurimum debeamus.

6. Radium luminis, licet per immensa intervalla, in medio uniformi progredi per lineam prorsus rectam, omnes & Optici, & Astronomi passim affirmant, & pro certo habent. Id ipsum sibi unusquisque quotidiana experientia de brevioribus saltem intervallis satis manifesto patere arbitratur, dum objecta in ea directione sibi apparere existimat, in qua revera existunt. At nobis rem diligentius ad severiorem trutinam revocantibus illud omnino persuasum est, nullo positivo argumento, nulla experientia, aut demonstrari, aut satis valide probari posse, rectilineam luminis propagationem per medium etiam homogeneum. Nimirum ubi de præcipuo hoc instrumento a Natura nobis concesso ad res extra nos

positas cognoscendas est sermo, committitur omnino ille, quem circulum vitiosum appellant, ita, ut de rectitudine reliquorum objectorum ex ipsa radiorum rectitudine feramus judicium, rectitudinem autem radiorum ex reliquorum objectorum rectitudine deducamus. Committuntur præterea passim alia multa ratiocinationis vitia, quæ quidem, qui rem altius perpenderit, facile præcavebit.

7. Ut id ipsum evidentius innotescat, inquiramus paulisper in eam Wolfii ratiocinationem, qua in Opticæ elementis hanc ipsam rectilineam propagationem luminis definit, & cui deinde universam non Opticam tantum, Dioptricam, Catoptricam, Perspectivam, sed etiam Astronomiam superstruit. Præmittit is quidem §. 45. observationem, quam pro fundamento demonstrationis adhibet, hisce verbis: *Si per exiguum foramen, quod pisi magnitudinem non adæquat, lumen solare in cameram obscuram intromittatur; per totum, qua patet, medium a foramine usque ad corpus opacum ulteriori propagationi resistens, linea recta lucida apparebit in directum jacens rectæ inter foramen, & solem interjectæ.* Tum in Coroll. 1. §. 46. infert: *Lumen ergo propagatur per lineam rectam.* At in Coroll. 2. §. 47. . . . *Nullum objecti punctum videbitur, nisi quod pupillæ in directum jacet.* In sequenti vero Scholio §. 48. *Suppono nempe radios ab objecto per idem medium ad oculos trajici.* Et hisce tantum exhibitis, jam ubique habet pro demonstrata rectilineam per medium homogeneum propagationem radiorum.

8. Omisso corollario illo secundo, quod ad rem nostram hic minus pertinet, (quanquam illud ibi notandum occurrit, non satis expressam esse conditionem requisitam ad videndum objectum, admissa etiam rectilinea luminis propagatione, cum nimirum duo puncta quæcunque, & ubicunque posita semper jaceant in directum, ac proinde pupilla etiam cum objecto posito post tergum in directum jaceat) posito etiam quod observando definiatur pro-

greſſus rectilineus intra cameram obſcuram; illud profecto non definitur ex immediata obſervatione, eandem rectam ad ſolem uſque in directum produci. Unde enim conſtat illam rectam lineam *jacere in directum rectæ inter foramen, & ſolem interjectæ?* An quia trans foramen intuenti apparet ſol? At idem appareret, ſi per lineam utcunque curvam uſque ad foramen deveniſſet radius, & ſol in longe alia directione verſaretur. In ipſa communi omnium, & Wolfii ipſius ſententia ſol in eà directione non jacet, & radius in atmoſphæra perpetuo incurvatur. Pariter in communi Newtonianorum ſententia, in qua ſol convertitur circa commune gravitatis centrum Planetarum omnium, & Cometarum, ſi forte id centrum ſatis a ſole diſtet, ſol dimidio quadrante horæ, quo tempore lumen a ſole in terram devenire cenſetur, ut inferius patebit, removebitur ab eo loco, in quo erat, cum lumen emiſit. Quamobrem duplici ex capite recta illa obſervata ad ſolem non tendit.

9. At ex illo ſaltem obſervato rectilineo tractu conſtabit, luminis iter rectilineum eſſe. Id quidem eſt s'Graveſandii argumentum, qui in Elementis Phyſicæ lib. 4. cap. 9. *Motum*, inquit, *per lineas rectas in lumine dari poſito obſtaculo, quo illud intercipitur, facile probamus.* Hic ipſe, quo ſe deinde refert, aſſumit immediata obſervatione, quæ quidem nonniſi in exiguo intervallo haberi poteſt, detegi rectum luminis tramitem, ex quo motum abſolute rectilineum deducit.

10. At inde ſane erui non poteſt propagatio luminis rectilinea per immenſa intervalla a Planetis, vel Fixis ad terram uſque, quin immo ne per minora quidem. Si quis accuratiſſima etiam obſervatione inveſtigaret formam ſuperficiei aquæ in ciſterna aliqua ampliore etiam, quam ſit obſervati tramitis intervallum; profecto inveniret ad ſenſum planiſſimam. Quid ſi

inde

inde vellet deducere, marium ingentes tractus, & universam telluris figuram esse planam? incideret ille sane in turpissimum nonnullorum e Veteribus errorem, qui planam telluris figuram crediderant. Siquis in luminis celeritatem eodem experimento inquireret; nullum sane inveniret discrimen temporis inter momentum, quo foramen recluderet, & momentum, quo radium solis ex opposito repulsum pariete in oculos sibi incurrentem sentiret. Quid inde? An ex tantulo intervallo itineris liceret deducere lumen per immensa intervalla momento temporis propagari? Experimentum in longioribus etiam spatiis institutum Florentinos Academicos in eum errorem pertraxit, ut nullum in luminis propagatione temporis intervallum agnoscerent. At illud inventum est, ut innuimus, & inferius patebit, celerrimum quidem esse luminis motum, sed tamen a sole ad terram non nisi semiquadrante temporis devenire, a Fixis quibusdam plures menses impendere, ab aliis annos, ab aliis fortasse etiam aliquot annorum millia. Idem in gravitate contigit eam arbitrantibus ubique constantem ex eo, quod parum mutato locorum intervallo nullum discrimen animadverterent; quorum errorem detexit tam pendulorum isochronorum discrimen, quod gravitatis inæqualitatem prodidit in diversis superficiei terrestris locis diverso nisu urgentis corpora, quam universa illa mira Newtoniani systematis compages, quæ gravitatem ipsam ostendit in recessu a tellure imminui, & in ratione distantiarum duplicata reciproca variari.

11. Plena est exemplis hisce, tam Recentioris, quam Vetustioris Philosophiæ Historia. Passim occurrunt hujusmodi errores a summis etiam viris admissi præjudicia quædam suæ ætati communia efformantibus ex observationibus minus ad id idoneis, eademque pro firmissimo quodam ceterarum ratiocinationum fundamento passim habentibus. Ut cetera omittamus omnia; nam in-

finitum profecto eſſet ſingula perſequi; illud unum inſtar omnium eſſe poteſt, quod uſque ad hæc noſtra tempora perduravit. Quis alicujus nominis aut Philoſophus, aut Aſtronomus per tot ſecula, quibus Aſtronomia exculta eſt, de ſphærica telluris forma, de gravium directione ad commune terræ centrum dubitavit unquam? Hæc duo tanquam certa quædam principia in demonſtrationibus omnibus aſſumebantur, a quibus omnis inſtrumentorum aſtronomicorum pendebat uſus, quæ ad deducendam ex unius gradus dimenſione telluris magnitudinem, ad determinandas ſyderum parallaxes, ad eclipſium phænomena computanda, ad ſexcenta alia ejusmodi paſſim adhibebantur. Incurvatio ſuperficiei deprehenſa per ſyderum altitudines alibi alias, ac per ſummos montes, ac turres editas, domorumque tecta ante radices, & littora, liminaque procul e mari conſpecta, figura orbicularis umbræ telluris in lunæ defectibus, directio gravium ad ſenſum perpendicularis ſuperficiei terreſtri, atque alia ejusmodi, ſiquæ ſunt, ita occupaverant animos, atque obfirmaverant, ut nullus hæſitationi locus ſupereſſet. At excuſſo tandem aliquando veterno illo, quantum ejusmodi argumentis fidendum eſſet, innotuit: ac tantæ de vera telluris figura concertationes exortæ, tanta in accuratiſſimis obſervationibus inſtituendis, atque iterandis diligentia adhibita, tanti longiſſimarum peregrinationum labores ſuſcepti, ſatis oſtendunt, quam incerta repente evaſerint, quæ tam diuturnam in litteraria republica veluti quandam certitudinis poſſeſſionem habuerant.

12. Quid ſi idem in luminis rectilinea propagatione contingeret? Profecto ex obſervatione illa, qua per exiguum paucorum pedum tractum conſtet ad ſenſum rectam a radiis teneri viam, nullo modo, ſi recte ratiocinari velimus, inferri poteſt, idem in immanibus intervallis contingere. Ingentium curvarum exigui

arcus ita exiguam curvitatem habent, ut ſenſum omnem effugiat. Quamobrem licet non recti, ſed maxime in longioribus intervallis curvi itineris ſegmentum eſſet illud, quod ſub ſenſum cadit in ipſo experimento, adhuc maxime rectum appareret.

13. Quid quod revera in omnium, & in Wolfii ipſius ſententia tractus ille luminis intra obſcuram cameram definitus eſt ipſum ſegmentum curvæ lineæ, quod ob exiguam longitudinem rectum apparet? Radium per aerem non rectam tenere viam, ſed curvam ex continua refractione, quam generat continua mutatio denſitatis ejusdem aeris, ſatis jam conſtat. Nullum prorſus experimentum inſtitui poterit in aere, in quo denſitas medii ſit accurate eadem, ſed ſolum quamproxime; licet enim horizontalem lineam percurrat radius, diverſa tamen itineris puncta diverſas habebunt a centro terræ diſtantias. Quare nullum fieri experimentum poterit, in quo tractus a radiis percurſus aliquam curvitatem non habeat, quæ continuata per paucorum etiam milliariorum curſum a recta linea plurimum non aberret. Quo igitur pacto ex ipſo experimento deduci poterit, radium per longiſſima intervalla rectilineo motu debere procedere? Quo pacto ex puro experimento conſtabit, illam ipſam exiguam curvitatem oriri totam ex inæqualitate denſitatis medii, cum nec ipſa curvitas, nec inæqualitas ipſa ſub ſenſum cadant?

14. Sed iſta adhuc leviora ſunt: multa ſuperſunt, in quibus contra ratiocinationis leges multo etiam gravius peccat, quicunque ex ejusmodi experimentis probet rectilineam luminis propagationem adhibendam deinde pro fundamento quodam firmiſſimo ceterarum demonſtrationum. Demus poſſe experimento inſtituto evinci viam radii intra cameram obſcuram eſſe rectilineam. Quid inde? An conſtaret rectilineam eſſe reſpectu ſpatii infiniti immobilis? Quoniam directio luminis, & tota Opticæ conſtitutio

necessaria omnino est, ubicunque oculorum usus occurrit, & in Astronomia potissimum, ubi de ipsa directione radiorum agitur, non potest assumi tanquam cognita Astronomiæ ipsius constitutio. Nihil igitur adhuc innotescet ex pura naturali ratione, an terra, & cum ea ipsa camera obscura quiescat, an moveatur, & si movetur, qua demum velocitate moveatur, qua directione: quam relationem habeat celeritas ipsa observatoris cum celeritate luminis, si lumen ipsum successive propagetur? Jam vero illud est notissimum, motum, qui respectu alicujus spatii mobilis sit rectilineus, posse esse utcunque curvilineum absolute respectu spatii infiniti immobilis, si spatium illud ipsum mobile certis quibusdam motibus moveatur. Sic si e summo malo demittatur lapis intra navim vento impellente promotam motu æquabili; lapis quidem ad mali pedem decidet percurso spatio rectilineo respectu navis, sed respectu terræ quiescentis percursa parabola, respectu autem spatii immobilis, in quo tellus motu diurno, & annuo moveatur, percursa alia quadam curva multo magis composita. Et est problema, quod ope solius geometriæ admodum facile solvitur, dato motu absoluto puncti quocunque, & quocunque motu respectivo respectu cujusdam spatii, invenire motum ejusdem spatii absolutum. Hinc illud evidenter patet, ex eo quod intra cameram obscuram motus sit rectilineus, non consequi, motum absolute rectilineum esse, nisi constet de motu cameræ ipsius, & motu luminis, quod intra eandem progreditur, quæ quidem ante Opticam constitutam constare non possunt. Atque hinc illud iterum occurrit notandum, in ipsa Wolfii sententia multiplicem in tellure motum agnoscentis, viam luminis intra cameram obscuram non esse respectu ejusdem rectilineam, sed curvam quandam, quæ definitis ipsis motibus, & luminis celeritate, definitur, licet ob immensam celeritatem lumini attributam parum ar-

cus ille exiguus a recta discrepet. Quamobrem iterum patet, ex ejusmodi experimento deduci non posse illam itineris directionem, quæ per longissima licet intervalla a recto tramite ad sensum non recedat.

15. At nec illud ipsum ex observationibus derivare licet, radium intra cameram obscuram, vel utcunque per exiguum intervallum esse rectilineum respectu cameræ ipsius, vel ejus loci, in quo observatio instituitur, nisi circulus ille vitiosus committatur, vel satis crassa sit observatio. Id manifesto innotescet, si diligentius inquiramus in ipsam lineæ rectæ notionem, & methodos, quibus rectam lineam ad trutinam revocamus. Rectam lineam definivit Plato esse eam, *cujus extrema obumbrant omnia media.* Et quidem hac maxime ratione de rectitudine judicamus. Adducimus alterum regulæ extremum ad oculum, vel ipsam regulam obvertimus oculo, & notamus, an tota simul evanescat, & ab extremo illo propiore tegatur. At hic illud ipsum supponitur, lumen progredi per lineam rectam; nam umbra nihil est aliud nisi defectus luminis, quæ idcirco eadem directione propagatur, qua lumen, quod intercipitur, propagaretur. Hinc ejusmodi definitio nec rectitudinis naturam explicat, nec ubi de luminis ipsius directione agitur, sine circulo illo vitioso adhiberi potest. Et quidem si dimidia regula oblique in aquam immittatur, profecto fracta apparebit ob refractionem, licet rectissima sit, nec primum punctum totam lineam adumbrabit; adeoque etiam si per idem medium radii rectum iter non tenerent, regula rectissima in eodem medio appareret fracta, vel curva, & curvæ lineæ extremum punctum totam ipsam lineam adumbraret, si modo eandem curvitatem haberet, quam radii habent.

16. Rectam lineam Archimedes definivit, *breviſſimam omnium, quæ inter bina puncta duci poſſunt.* Hanc quidem rectæ lineæ proprietatem adhibemus, ubi filum puncto cuidam adnexum diſtendimus, quantum poſſumus, ut fili tractus evadat breviſſimus. Ea quidem definitio rectæ lineæ proprietatem quandam exponit, non ipſam ejus naturam; longe enim alia eſt rectitudinis idea ab idea brevitatis; ſed id quidem nihil ad rem noſtram. Illud noſtra intereſt, quod nulla adſit ratio determinandi, an quædam linea ſit vere breviſſima omnium, quæ inter bina extrema interjacent. Nam nec omnes vias cum ea immediate conferre poſſumus; & ſi filo utamur, oculis indigemus, ut innoteſcat, an filum diſtentum regulæ congruat; ubi ſi alia via deferatur ad oculum radius a filo, alia a regula, cum maxime congruunt, apparebunt non congruentia, & vice verſa. Si autem per tactum exploremus congruentiam eandem fili cum regula, quanto craſſior obſervatio futura ſit, nemo non videt. Accedit quod filum ipſum gravitate ſua incurvatur ſemper, & eam figuram induit, quam catenariam vocant, utcumque diſtentum ſit, cujus curvæ, quæ natura ſit, & quanta in datis tenſionibus ſit curvatura, definiri non poteſt, niſi præſuppoſitis ſexcentis aliis circa gravitatis & tenſionum leges, quæ oculorum ope determinantur, adeoque ipſas luminis propagati leges, & oculorum uſum requirunt.

17. Euclides rectam lineam eſſe ait, *quæ ex æquo ſua interjacet puncta.* Quid ſibi velit illud *ex æquo* ſive ἐξ ἴσȣ, obſcurius ſane eſt, quam ipſa rectitudo, cui explicandæ adhibetur. Si enim illud ſignificat, ut nulla ex parte linea excurrat, jam ipſa involvitur recti tramitis idea, a cujus directione excurſus excluditur. At quidquid ſit de obſcuritate ejus definitionis; certe inde nullum habemus præſidium, ad judicandum de lineæ cujuſpiam rectitudine, in quam nobis ſit inquirendum.

18. Vera rectæ lineæ notio, qua saltem una in universa Geometria utimur, & per quam cetera omnia demonstramus, petitur ex congruentia, qua recta natura sua indefinite producta, sibi ipsi, vel potius loco semel a se occupato semper congruit, quocunque modo mutetur ejus positio, dummodo bina ejus puncta in iisdem punctis loci sint sive singula in singulis, sive in alternis. Hæc affectio ipsi soli est propria, & ex ea illud eruitur, segmentum quodcunque rectæ lineæ, cuicunque alterius rectæ lineæ indefinitæ debere congruere totum, dummodo bina ejus puncta quæcunque binis congruant ejusdem punctis. Hinc nostræ menti ipsa videtur simplicissima, & ipsi proximus circularis arcus, qui circuli æqualis arcui congruit, non quidem quotiescunque bina congruunt puncta, sed si certa tantum ratione superponantur. Ex hisce congruentiis æqualitatem æstimamus, & ex æqualitate semel per congruentiam definita, æqualitatem eruimus dissimilium etiam figurarum ope principii, quod ab æqualibus æqualia auferendo, vel æqualia iisdem addendo, æqualia remanent. Si satis expenderimus universam Geometriam; facile patebit, ad congruentiam, & ad hoc principium reduci, quidquid de magnitudinum comparatione habemus; quam ipsam ob causam rectæ tantum lineæ, & circulares arcus in Geometriam a Veteribus admissa sunt. Idcirco ubi de angulis rectilineis inter se comparandis, & de rectilinearum figurarum comparatione agitur; res per finitam Geometriam absolvitur plerumque, saltem in iis problematis, quæ in se ipsis infinitum aliquod non involvant. Ubi vel curvæ lineæ, vel curvilinea spatia cum rectis comparanda sunt, in quibus congruentia locum non habet, necessario per obliquos calles, & quidem maximo cum labore progredimur, & vel veterum exhaustiones adhibemus, vel recentem Infinitesimorum methodum, quæ, ut rite demonstretur, ad

ipſas illas exhauſtiones reduci debet. Et hæc quidem, ut paulo ſupra innuimus, alibi etiam a nobis notata ſunt, ut & illud, idcirco maxime humanæ menti ſimpliciſſimam videri rectam, & poſt ipſam ſimpliciſſimum circularem arcum, quia congruentiam hanc in quibuſcunque rectarum, & in quibusdam æqualis radii circularium arcuum ſuperpoſitionibus, & ejus fæcunditatem, ac ſummam in comparandis magnitudinibus utilitatem evidentiſſime intuetur: alteri autem mentium generi, quod æque quaſpiam alias aliarum figurarum proprietates perſpectas haberet, illas ipſas figuras ſimpliciſſimas fore, & illas ipſas pro fundamento adhibendas diverſiſſimæ illius Geometriæ, qua ejusmodi mentes magnitudinum comparationem inſtituerent, & reliquarum figurarum proprietates eruerent: ceterum curvas omnes, ac rectam lineam in ſe ſimplices eſſe, & potius ſimpliciores eas curvas, quæ in orbem redeant, licet infinitis in ſe ipſas ſpiris circumvolvantur, eoque pacto ſimul non modo mentis, ſed etiam frontis noſtræ oculis ſubjectæ ſint, quam eas curvas, & rectam, quæ natura ſua protenduntur in infinitum. Sed hæc alibi fuſius expoſita, & adhuc alibi fuſius exponenda, hic etiam innuenda duximus, uſui nimirum mox futura.

19. Hac rectæ lineæ notione utimur, cum regulam ad examen revocamus, ducendo ejus ope rectam lineam, & inverſa regula explorando, an iterum congruat. At in eo etiam oculis utimur, quorum ope de congruentia judicamus, quod hic, ubi de radiorum directione eſt quæſtio, non licet ſine illo circulo vitioſo, ut diximus: & idem eodem pacto contingeret, ſi regulam adhiberemus ad definiendam directionem radii a foramine cameræ obſcuræ uſque ad parietem in pulviſculo protenſi. Si nimirum alia lege a pulviſculo, alia a regula lumen propagaretur, & per alias deveniret vias, ea, quæ maxime congruerent, pro remotis a

ſe

se invicem haberi possent, & viceversa, quæ remota essent, pro congruentibus.

20. Illa una superesset methodus rem sine hoc circulo vitioso per experimenta comprobandi; si nimirum binæ regulæ fierent, quæ sibi superpositæ invenirentur congruentes per tactum, tum inverterentur, & adhuc per tactum congruentia eadem innotesceret. Hoc pacto sine oculorum usu, adeoque non præsupposita rectilinea propagatione luminis, haberetur judicium de regulæ rectitudine; quanquam ibi etiam regulam de situ accurate recto removeret nonnihil ipsa ejus gravitas, & Physica adhuc penitus ignota dubitare liceret de aliis ignotis viribus, regulam, dum invertitur, ita intorquentibus, ut iterum congruat, licet recta non sit. Per regulam ipsam si excurreret opacum corpusculum, quod radium semper interciperet, inferretur radii ipsius rectitudo, sed ea ipsa ex suppositione, quod particulæ radii, quæ aliæ post alias adveniunt, & intercipiuntur, eandem omnes teneant viam, ac rectitudo solum respectiva respectu cameræ obscuræ, & per exiguum intervallum continuata.

21. Hoc quidem pacto satis manifesto evincitur, non posse rectam luminis propagationem positivo argumento ex puris observationibus deduci. At nec si quis ad vim inertiæ recurrat, qua corpora omnia rectilineum affectent motum, & teneant, nisi vis quædam perpetuo ipsum detorqueat; satis in ea præsidii inveniet. Nam in primis admissa etiam vi inertiæ corporum, admisso quod lumen propagetur per emissionem quorundam corpusculorum; unde innotescet nullam adesse vim, quæ lumen in certam aliquam plagam certa aliqua ratione detorqueat? Lumen ipsum in transitu prope corporum opacorum acies, licet excurrat per medium uniforme, detorqueri cernimus vi quadam. Unde constabit, nullam esse

aliquam ejusmodi vim a remotioribus etiam corporibus in lumen exercitam per immensa intervalla delatum?

22. At vis ipsa inertiæ unde constat? Eam nec *a priori* ut ajunt, nec *a posteriori* evinci posse, demonstravimus sane superiore anno in prima parte dissertationis de Maris æstu, ubi Euleri argumenta ad trutinam revocavimus. Et quidem quod attinet ad argumenta a priori, huc maxime cadit, quod paulo ante monuimus, curvas omnes in se simplices esse, & plerasque simpliciores etiam, quam rectam lineam natura sua in infinitum protensam; licet hæc quidem nostræ menti simplicior appareat; ac proinde non minus mutari statum, ubi a curvilineo motu transitur ad rectilineum, quam ubi a rectilineo ad curvilineum transitus fiat. In experimentis autem præter alia multa, quæ ibidem notavimus, illud hic habetur sane præcipuum, non posse ex experimentis inquiri in lineam, per quam corpora projecta motum continuant, quin in easdem prorsus difficultates incidatur, quæ in luminis propagatione ex experimentis investiganda occurrunt, cum nimirum oculorum usu, & aliqua rectitudinis mensura ad ineunda experimenta ipsa indigeamus.

23. Ex hisce omnibus patet, quam densis undique tenebris sese involutam sentiat corporis hoc tam cæco inclusa carcere humana mens in ea potissimum investigatione, in qua dum in suum ipsum cognoscendi modum inquirit, debet seponere instrumentum illud præcipuum, quod ad res extra se positas cognoscendas accepit, ut ejus vires expendat, & quatenus ipsi fidendum sit, quid ex ejus usu deduci debeat, diligenter exploret.

24. Erit fortasse, qui rectilineam luminis propagationem probari abunde arbitretur ex ipsa hominum consensione, qui ut objectorum loca designent, eam regionem indigitant, in qua oculis apparent, vel ex tanta illa Divini Artificis cura, qua ocu-

los efformavit ad imagines objectorum per radios nimirum rectilineos objectis similes efformandas, qui aliter male humano generi, male animantibus ceteris consuluisse videri possit. At admissa etiam rectilinea luminis propagatione per idem medium; illud est omnino certum, ita Deum constituisse naturam, & nostros sensus; ut de magnitudine, & distantia objectorum tantum nobis proximorum possemus ferre judicium, & quidem crasso modo, & quantum ad vitam tuendam, & nostra munia exercenda est satis; ceterum in ipsa oculorum & luminis constitutione inest quædam necessitas errorum quorundam, quorum correctionem vulgus ignorat, & quæ non nisi post longam seculorum seriem, post diligentissimam considerationem Philosophis innotuerunt. Ejusmodi est in propioribus etiam objectis confusio illa, quæ oritur ex eo, quod radii egressi ex eodem objecti puncto, & per pupillam transmissi non coeant omnes in eodem puncto retinæ, sed in circellum quendam diffundantur, quod provenit tum ex forma ipsa humorum & tunicarum, per quas transmissi radiorum etiam homogeneorum coni non possunt singuli in singulis coire punctis, & multo magis ex diversa radiorum refrangibilitate, ex qua fit, ut radii violacei multo citius coeant, quam rubei, de quo plura in 2 parte. Inde autem fit, ut minutiorum quorundam objectorum distinctam habere imaginem non possimus, & maxima quidem, ac pulcherrima naturæ pars, tam ingens exiguorum viventium copia, tam mirus corporearum particularum nexus, ex quo tam varia hæc, tam constans, tam Divina phænomenorum vicissitudo ortum ducit, omnes nostros sensus effugiat, & omnino nos lateat. Cui quidem malo licet & ipse naturæ Auctor remedium aliquod adhibuerit, ut videbimus paulo inferius, & humanæ industriæ voluerit esse in microscopiorum inventione præsidia quædam parata, ad acuendam quo-

dammodo oculorum aciem, & imaginis distinctionem augendam; tamen ita naturam constituit, ut removeri penitus omne vitium nequaquam possit. At hæc posterior errorum origo ante Newtonum fuit prorsus incognita.

25. Quid ea, quæ ex luminis propagatione successiva proveniunt, de qua paulo infra? Duplex inde error in objectorum locis æstimandis oritur, alter ex motu objecti debito tempori, quo lumen defertur ad oculum, alter ex via radii intra oculum diversa a via absoluta, si oculus etiam moveatur, quorum etiam supra meminimus. Utrumque naturæ Auctor ope immensæ cujusdam velocitatis, qua lumen progreditur, plurimum imminuit, ut inferius patebit, & id effecit, ut in objectis Terrestribus se mutuo corrigant maxima ex parte: neutrum tamen summovit. Quin immo primus error, si terra stet, & radii recto itinere deferantur, tam immanis est, ubi de remotioribus objectis agitur, ut de fixis, immo etiam de Planetis, atque Cometis; ut omnem penitus confundat Astronomiam, quod fusius demonstravimus in disquisitione in universam Astronomiam, & in dissertatione de Maris æstu, in qua etiam illud ostendimus, lumen, si terra stet, omnino non debere deferri per lineam absolute rectam, sed per lineam rectam solum respectu spatii cujusdam, respectu cujus sol, & fixæ absolute ad sensum quiescunt, & respectu cujus tellus, quæ ceteroquin absolute quiescit, respective movetur. At errores, qui ex hisce fontibus oriri possunt, & debent, ante detectam a Roemero successivam propagationem radiorum, & a Bradleyo aberrationem luminis, nulli hominum in mentem venerant.

26. Accedunt illa, in quibus errarunt plurimum, & diutissime Philosophi, & vulgus adhuc perpetuo fallitur. Refractio radios in aere ita incurvat, ut & montium vertices, & objecta

omnia cœlestia elevatiora appareant, quam revera sint, & sol ipse oriri citius, ac serius videatur occidere, quam oriatur, aut occidat. Quin imo subsultant ob aeris tremorem perpetuo radii, & stellæ, quæ ceteroquin quietum quoddam lumen emittunt, micare videntur, & subsultare. Nam illa omittimus jam etiam vulgo notissima, remum, qui in aqua fractus apparet ob refractionem, & objecta omnia, quæ reflexionis vi crederentur latere post speculum, nisi errorem vel facilis consideratio, vel alii sensus corrigerent. Illud sane est manifestum, ita oculos conformasse naturæ Opificem, ut imaginem quandam objectorum exprimerent in unica superficie, ac proinde ita, ut idcirco multa objectis ipsis prorsus dissimilia necessario sint. Nam quæ oblique spectantur, seu quæ remotiora sunt, multo breviora appareant necesse est aliis licet revera multo longioribus, sed vel directe oculo expositis, vel propius collocatis; unde tanta oritur difficultas in determinanda objectorum distantia & magnitudine, quantam & agrorum mensores, & Astronomi experiuntur. Et vulgus quidem lunam, ac solem, dum intuetur, & æquales, & æque distantes putat, ac stellas omnes tanquam in eadem superficie positas contemplatur; dum Astronomi post tantam tot seculorum contentionem de solis, ac planetarum magnitudine, ac distantia adhuc nihil habent omnino certum: de fixarum autem distantia, ac magnitudine invenienda jam penitus desperarunt.

27. Patet igitur ex hisce, quæ protulimus, & patet ex aliis sexcentis, quæ proferri possent, naturæ Opificem non eo instrumento ditare homines voluisse, quod errores, & quidem plurimos prorsus excluderet, atque objecta extra ipsos posita ipsis accurate repræsentaret. Quid igitur, si in ipsa rectilinea luminis propagatione per medium etiam uniforme aliquis adhuc

ſubeſſet error? Nobis certe argumenta exquirentibus, quibus eam ſi minus accurata demonſtratione evincere, aliqua ſaltem ſatis valida ratiocinatione definire utcunque liceat, nihil prorſus occurrit, quod faciat ſatis. Hinc illud nobis omnino perſuaſum eſt, non ſemper eam poſſe teneri viam in naturæ principiis inveſtigandis, ut obſervationes quædam proponantur, ex quibus recta ratiocinatione deducantur concluſiones, quæ naturæ leges generales contineant. Univerſam hanc artem, quæ in naturam inquirit, ſimillimam eſſe arbitramur arti illi, quæ epiſtolas ſecretis notis conſcriptas, quas vulgo cyphras vocant, enucleandas ſuſcipit, ubi conjectando primum, & plures poſitiones inter ſe conferendo, ad vocularum quarundam expoſitionem devenitur; tum illas ipſas poſitiones jam retinendo pro reliquis, jam corrigendo, paulatim per frequentiſſimos errores, devenitur tandem ad clavim aliquam generalem, quæ idoneum aliquem ſenſum aperiat, quo ubi deventum ſit, clavis illa ipſa habetur pro vera, niſi quid in contrarium occurrat.

28. Idem in naturæ inveſtigatione fere ubique, ſed maxime in hac quæſtione contingit. Ex craſſioribus quibuſdam quotidianis experimentis conſtat, objecta a nobis non multum remota in ea ad ſenſum directione jacere, in qua videntur. Manu enim extenſa in eandem plagam eadem apprehendimus, & ſi remotiora ſint, in eam plagam progrediendo ad ipſa devenimus. Hinc rectilineam luminis propagationem reſpectivam reſpectu ſpatii, in quo verſamur, primum concipimus; & iiſdem experimentis ab ipſa infantia millies in ſingulos dies repetitis, in eadem ſententia confirmamur. Solemne autem eſt illud, quod & quamplurimorum præjudiciorum origo eſt, ut potiſſimum ante Philoſophiæ ſtudium de iis, quæ ſenſibus ſe ſponte non offerunt, ne cogitemus quidem, adeoque eadem pro nullis habeamus.

Hinc ſpatii, in quo verſamur, motibus, ſi qui ſint, nequaquam conſideratis, motum luminis habemus pro abſolute rectilineo. Hæc rectilinea propagatio paulatim extenſa eſt ad majora etiam intervalla, & ejus ope a Philoſophis, & Mathematicis, multa, quæ ad directam viſionem pertinent, explicata cum ſucceſſu. Perſpectiva etiam, quæ objecta oculis in unica ſuperficie repræſentet, eodem ordine, quo ſi alia jacerent poſt alia, repræſentari deberent, & Agrimenſura, quæ per triangulorum ſeries diſtantiarum dimenſionem exhibeat, conſtitutæ, & ad certas leges ex ipſa rectilinea propagatione pendentes redactæ pariter cum ſucceſſu. Hoc ipſo ſucceſſu elati animi. Ex eadem ſuppoſitione in altitudines inquiſivit Altimetria, Aſtronomia in cœlum ipſum conſcendit, & adeo implexos ſyderum curſus, magnitudines, diſtantias inveſtigavit. Res ſucceſſit in minoribus altitudinibus determinandis. Hinc illa omnia, quæ ex iisdem principiis derivata ſunt, habita diu pro demonſtratis. Refractio in tranſitu radiorum ex aere in aquam, vel in vitrum deprehenſa quidem fuerat, ſed ea ad Atmoſphæram hanc noſtram nequaquam transferebatur. Refractionum ipſarum in ſumma Atmoſphæra detorquentium radios ſuſpicio ſuborta, cum accuratioribus inſtrumentis inventis, & novis adhibitis methodis cœleſtia phænomena ſibi non conſtare deprehenſum eſt. Innotuit in menſuris Veterum plurimos errores irrepſiſſe, ac proinde in refractiones ipſas diligentius inquiſitum. Sed initio radii curſus per Atmoſphæram pro recto habitus. Hinc refractiones calculo deductæ a veris plurimum abludentes: hinc adhuc plurimum erroneæ montium altitudines: hinc plures terreſtris diametri dimenſiones immani errore corruptæ: hinc ſyderum loca male notata. Conſiderata ſubinde perpetua radiorum in Atmoſphæra incurvatio: correcti errores plerique:

ſed illud adhuc pro certo habitum, objecta in ea directione videri, in qua lumen ad oculum devenit. At hunc etiam errorem Bradleyus excuſſit aberratione detecta, quam oculi motus parit collatus cum motu luminis.

29. Hic omnium correctionum huc uſque habitarum finis. Inventa eſt clavis quædam, quæ naturam inveſtigantibus notis quibusdam ſecretioribus conſcriptam, aperiat ſenſum quendam ſibi ubique conſtantem. Si lumen per idem medium recto procedat itinere, in ipſorum autem mediorum mutatione certis legibus iter mutet; objecta autem appareant in directione ad ultimam radii directionem inclinata quantum luminis, & oculi celeritates poſtulant, omnia ſibi conſtant: Optica, Dioptrica, Catoptrica, Perſpectiva, Trigonometria practica, Aſtronomia, nihil nobis objiciunt, quod aut ſenſibus ceteris, aut rationi non congruat. Illud unum omnino neceſſario addendum, radii directionem per medium homogeneum debere eſſe rectilineam reſpectu ſpatii, in quo tellus verſatur cum objectis omnibus e tellure viſis, quæ in ſententia telluris quieſcentis, in qua idem ſpatium transferri debet motibus æqualibus, & contrariis iis omnibus, quos intra id ſpatium habet terra, erit abſolute curvilinea, quod niſi præcaveatur, univerſa & Aſtronomia, & Mechanica, & Phyſica in eadem ſententia telluris quieſcentis penitus evertuntur, ut ſupra etiam innuimus, & declaravimus fuſius in memorata diſſertatione de Maris æſtu.

30. Cum admiſſa hac veluti clavi, illa conſtent ſibi omnia; hæc pro vera tenenda eſt, niſi quid in contrarium occurrat. At non idcirco eam neceſſario veram eſſe demonſtratur. Fieri poſſet, ut adhuc error aliquis ſupereſſet; ut in illa epiſtolæ enucleatione error adhuc aliquis ſupereſſe poſſet; cum fieri omnino poſſit, ut eædem prorſus notæ, diverſis adhibitis clavibus, diverſas

licet

licet ſibi admodum conſtantes ſententias reddant. Sed ut ibi unico invento ſenſu ſatis idoneo, potiſſimum ſi longiſſima epiſtola ſit, & ſi aliis conjecturis, ac negotiis iis, quæ pertractantur reſpondeat; clavis inventa firmiſſimo aſſenſu habetur pro vera; ſic in noſtro caſu, ubi tam multa inveniuntur ſibi conſtantia, & ceterorum ſenſuum teſtimonio, ac rectæ rationi conformia, admiſſa luminis rectilinea propagatione per medium uniforme reſpectiva reſpectu ſpatii, in quo aſtra omnia cum tellure includuntur; eadem pro vera habenda eſt, & in reliqua omni naturæ inveſtigatione adhibenda, quod etiam nos ipſi præſtabimus, qua eadem unica via vim quoque inertiæ corporum omnium, & univerſam Mechanicam, atque Aſtronomiam ſtabiliri poſſe arbitramur, reliquis methodis in frequentiſſimos paralogiſmos neceſſario incurrentibus.

31. Stabilito utcunque rectilineo luminis motu, ſeſe objicit controverſia de propagationis celeritate. In hac jam communem Aſtronomorum, & vero etiam Phyſicorum ſententiam amplectimur, lumen ſucceſſive propagari, & a ſole ad terram devenire circiter ſemiquadrante horæ. Ea quidem ſententia demonſtrari omnino non poteſt; ſed tanti ponderis videntur eſſe argumenta ad eam comprobandam petita ſive ex Aſtronomia, ſive ex Mechanica, ut eandem nobis perſuadeant. Quoniam autem ſuperiore anno oſtendimus phænomena omnia, & phænomenorum cauſas eodem penitus modo ſe habere in noſtra telluris quieſcentis ſententia, quam ibi pluribus expoſuimus, quo in reliquorum ſententia telluris motæ; telluris motum adhibebimus in iis, quæ ſequentur, illum ſemper intelligentes reſpectivum ibidem expoſitum, non abſolutum.

32. Ad quatuor capita reduci poſſe videntur ea, quæ ſucceſſivam luminis propagationem ſuadeant, quorum pleraque æqualem ejuſdem radii celeritatem per idem medium ſimul docent.

Sunt autem ipsa natura luminis, mutatio directionis radiorum in refractione, reflexione, diffractione, phænomena eclipsium Jovis satellitum, potissimum satellitis intimi, & annua Fixarum aberratio.

33. In primis lumen nec consistere in pressione quadam, quæ nimirum per fluidum motu rectilineo non propagatur, nec in undis in fluido quodam elastico excitatis, quæ nimirum si per foramen transmittantur, pergunt diffundi a foramine quaquaversus, ut in sono videmus contingere, qui per fenestram auditur in quavis parte conclavis, pro certo habemus. Superest, ut in effluvio quodam consistat corpusculorum a corpore luminoso emissorum, quæ cum progredi debeant, tempore indigent, quod omni materiæ translationi commune est.

34. At moram in transitu aliquam inflexiones etiam radiorum indicant. Nam lumen in transitu prope corpora inflecti vi aliqua ab ipso corpore exercita vel attractiva, vel repulsiva, satis patet ex eo, quod etiam in aliqua distantia ab ipsis corporibus inflexiones ejusmodi fiunt, & in secunda parte multo etiam magis perspicuum erit, tum illud, in aliqua distantia vires hujusmodi agere, tum illud, ea vi celeritatem radii mutari secundum directionem earundem virium eandem immutantium, & ex ea pendere omnia refractionis, reflexionis, inflexionis phænomena. Porro vires tempore aliquo indigent ad mutandam celeritatem corporis, in quod agunt. Nam cum velocitates genitæ continua actione virium sint conjunctim ut vires, & tempora; utcunque magna sit aliqua vis acceleratrix respectu virium nobis cognitarum, ut respectu gravitatis; ad generandam velocitatem quamcunque indiget tempusculo, quod ad tempus requisitum a gravitate pro ejusdem illius velocitatis generatione sit, ut est ipsa gravitas ad illud tempus. Si tempusculum assumatur eodem tempu-

ſculo in quavis alia ratione minus; in eadem ratione minor velocitas generabitur; ac proinde velocitas ipſa momento temporis generata erit nulla, & niſi aliqua habeatur mora in tranſitu, nulla erit radiorum inflexio.

35. Jam de phænomenis ſatellitum Jovis, quæ prima de ſucceſſiva propagatione luminis monuerunt Aſtronomos. Ut circa terram luna, ita circa Jovem 4, circa Saturnum 5 ſatellites convertuntur, & ubi eorum umbram ſubeunt, deficiunt, ut e contrario ſolis defectum pariunt, ubi inter eos, & ſolem interponuntur. Saturni ſatellites non niſi longiſſimis teleſcopiis videri poſſunt ob immanem diſtantiam; quam ob cauſam raro admodum obſervantur, & ſecuri cœlum oberrant. Jovis ſatellites etiam paucorum pedum teleſcopiis commode deteguntur, & eorum defectus teleſcopiis 15 circiter pedum ſatis accurate determinantur, quod in uſus potiſſimum geographicos perpetuo fit. Satelles intimus omnium aptiſſimus, & omnium maxime obſervatus, qui nimirum horis circiter 42 revolutionem abſolvit, ac in ſingulis revolutionibus ob exiguam a Jove diſtantiam ſemper umbram ejusdem ſubit, & deficit.

36. In horum ſatellitum motum inquiſiverat accuratiſſime Galilæus, a quo primum detecti, & Mediceorum ſyderum nomine inſigniti. Tabulas quoque adornaverat, quæ tamen cum magno reipublicæ litterariæ detrimento perierunt. Joannes Dominicus Caſſinus eandem ſubinde provinciam agreſſus, tabulas vulgavit ex ſuis obſervationibus computatas anno 1666, quas emendatiores edidit anno 1693 in collectione antiquorum opuſculorum Pariſienſis Academiæ. Poſt primas editas tabulas deprehenſum eſt, in eclipſibus intimi ſatellitis Jovis eſſe quendam errorem, qui penderet ex acceſſu Jovis ad terram, vel receſſu, eclipſibus acceleratis in primo caſu, & retardatis in ſecundo; ac

proinde adhibita correctione quadam, quæ peteretur ab ipso accessu vel recessu Jovis ad terram, multo jam magis tabulas cum phænomenis respondere. Eam accelerationem, vel retardationem Roemerus, ac Cassinus ipse tribuerunt propagationi successivæ luminis, quæ illud præstaret, ut minore temporis intervallo lumen deferretur e minore, quam e majore distantia. Et quoniam diuturnis Cassini observationibus innotuerat, correctionem a perigæo Jovis ad apogæum, vel viceversa pertingere ad 14 minuta prima, Jove interim accedente ad terram, vel ab ea recedente per intervallum æquale duplæ distantiæ solis, circa quem tam terra; quam Jupiter convertuntur, a terra ipsa; idcirco attributa sunt minuta 7 propagationi luminis a sole ad terram, quanquam Roemerus idem temporis intervallum censuerat aliquanto longius.

37. Mox tamen Cassinus a sententia discessit idcirco, quod in reliquis satellitibus idem successivæ propagationis effectus non appareret. Perstitit tamen Roemerus, quem pro sententiæ ipsius duce, & pulcherrimi inventi auctore primo jam passim habent Philosophi. Amisso Cassino, novum sententia eadem adstipulatorem habuit famæ immortalis Astronomum Halleyum, qui anno 1694 in Transactionibus Anglicanis num. 214, productis aliquot observationibus, contendit, in reliquis quoque satellitibus propagationem luminis successivam deprehendi. At anno 1707 in Commentariis Academiæ Parisiensis Maraldus eandem sententiam impugnavit duplici ex capite, primo quod in intimo satellite non observaretur effectus, qui oriri deberet ex excentricitate orbitæ Jovis circa solem. Si enim Jupiter, cum est sive in perigæo, sive in apogæo, sit simul in perihelio; erit minus remotus a terra, quam si sit simul in aphelio, & differentia distantiarum erit eadem, ac differentia distantiarum Jovis a sole, sive dupla excentricitas Jovis, quæ proxime æqualis est dimidiæ distantiæ solis a terra.

Quare ceteris paribus in primo caſu per tria ſaltem minuta citius lumen deferri deberet, quam in ſecundo, adeoque citius in primo, quam in ſecundo caſu videri eclipſes; & Tabulæ computatæ ſine ejusmodi inæqualitatis correctione non poſſent cum phænomenis conſentire, ſi ipſa inæqualitas vere haberetur; quarum tamen conſenſum probat, allatis aliquot obſervationibus factis tam in perihelio ſolis, quam in aphelio. Secundo, quia in ceteris ſatellitibus adhibita correctione eadem, quæ in primo ſatellite tantum ſucceſſum habuit, adhuc non tollitur Tabularum diſſenſus, ſed aliquando etiam augetur.

38. Ut Maraldianis objectionibus faceret ſatis, Dominus Granjean, qui nunc eſt Regiæ Scientiarum Pariſienſi Academiæ a Secretis, in Commentariis ejusdem Academiæ ad annum 1732 notavit, eſſe aliam inæqualitatem ortam ex eo, quod idem ſatelles citius videri deſinit in immerſione, & ſerius videri incipit in emerſione, Jove remotiore a terra, & a ſole, quam eodem propiore. Nam ſatelles, qui paulatim lumen amittit, aut acquirit per gradus, tunc videri deſinit, cum lumen a parte ſoli expoſita ad oculum transmittitur in ea tantum copia, quæ par eſt oculo ipſo percellendo. Patet autem majorem debere eſſe eam partem ſoli expoſitam, Jove magis remoto a ſole vel a terra, quam propiore utrilibet, cum major diſtantia a ſole minuat ipſam ſolaris luminis intenſionem, major autem diſtantia a terra minuat intenſionem luminis a quavis ſatellitis parte ad nos transmiſſi. Verum licet Clariſſimus Auctor veram inæqualitatem ab aliis prætermiſſam ingenioſe detexerit, & ſumma cum laude protulerit; adhuc tamen Maraldianis difficultatibus per ejusmodi inæqualitatem ſatisfieri nequaquam poteſt, quod ſic facile demonſtratur.

39. Pro intimo ſatellite Maraldus tres obſervationes affert: binæ ex iis ſunt immerſiones obſervatæ in apogæo ſimul, &

aphelio, tertia est emersio observata in perihelio simul, & perigæo, quas omnes tabulis conformes invenit, licet illud trium minutorum discrimen haberi deberet. Jam vero inæqualitas intensionis luminis debuit anticipare tam immersiones observatas in apogæo simul, & aphelio, quam emersionem observatam in perihelio simul, & perigæo. Quare differentiam moræ luminis corrigere nequaquam potuit. Si in perihelio notata fuisset immersio, quæ debuit ab intensione luminis aucta posticipari, Maraldianæ difficultati fuisset satisfactum: emersione observata, non satisfit. At in reliquis satellitibus res etiam minus procedit. 19 Octobris anni 1694 immersio secundi satellitis secuta est calculum minutis 27 Jove apogæo: anno 1695 Februarii die 9 definitus fuit appulsus ejusdem ad mediam umbram per ingressum in discum, & egressum e disco 5 minutis citius, quam e tabulis erueretur, eratque Jupiter in perigæo. Differentia temporis observati, a tempore tabularum evadit minutorum 32, quo primum est brevius. Ea per propagationem successivam luminis debuit esse minutorum 14. Remanet, ea correctione adhibita, error minutorum 18. Porro hunc errorem non producit inæqualitas intensionis luminis; nam in secunda observatione ea locum non habet; in prima, ubi observata est immersio in apogæo, ea ob intensionem luminis imminutam debuit anticipari in observatione; ac proinde, eadem sublata, serius contigisset immersio, & intervallum adhuc minus deprehensum fuisset. Anno autem 1696 die 13 Maji, Jove perigæo, emersio secundi satellitis consensit cum tabulis intra semiminutum: 5 Octobris præcedentis immersio in apogæo contigit 35 minutis serius, quam ipsæ tabulæ requirerent. Quare intervallum temporis observatum fuit minus eruto ex tabulis minutis 35. Si 14 tribuantur propagationi successivæ luminis, remanet error minutorum 21. Hic intensio luminis nihil præstat: nam & emersionem in perigæo,

& immerſionem in apogæo anticipat. Quare in primo caſu hæc nova inæqualitas ſecundam Maraldi difficultatem auget, in ſecundo intactam relinquit, ut primam etiam intactam reliquerat.

40. Vera utriuſque difficultatis ſolutio ea eſt. Multas eſſe inæqualitates neceſſario conſiderandas ad accuratum calculum eclipſium, & tamen in tabularum computatione penitus prætermiſſas. Hæ omnes aliquando ſe mutuo deſtruunt, plerumque autem aliquem errorem pariunt. In intimo ſatellite omnes ſunt multo minores, quam in reliquis, & vix trium, vel quatuor minutorum errorem inducunt, qui correcto etiam effectu propagationis ſucceſſivæ luminis ſe produnt, nam ſolent etiamnum obſervationes aliquando a tabulis per tria, vel quatuor minuta diſcrepare. Quare hi non ita turbant anticipationem Jove perigæo, & poſticipationem Jove apogæo debitam propagationi ſucceſſivæ luminis, & ad 14 minuta aſſurgentem; ut ſi ejus ratio in tabulis non fuerit habita, non ſe prodat, & non facile appareat, eandem pendere ab acceſſu, vel receſſu Jovis reſpectu terræ. Turbant tamen effectum excentricitatis orbitæ Jovis, ex quo petita eſt prima Maraldi difficultas: nam is ad tria tantum minuta aſſurgit; immo ex eo contempto nonniſi ſeſquiminuti error committi poteſt; ſi modo tabulæ aptatæ ſint mediocri Jovis a ſole diſtantiæ. Si in aliquibus caſibus hunc errorem error ex reliquis inæqualitatibus ortus compenſet, quod fieri aliquando neceſſe eſt, cum in utramque partem errores inter ſe nullo colligati nexu libere excurrant; tum vero tabulæ, licet omnia contemnant, cum phænomenis congruent, quod ipſum in Maraldianis obſervationibus contigit. At hæ inæqualitates neglectæ in reliquis ſatellitibus multo majores ſunt, quod in ipſis Maraldianis exemplis eſt evidens, ubi ſi non adhibeatur correctio debita ſucceſſivæ propagationi luminis, errores ad minuta 32, vel etiam 35 ſe extendunt, qui quidem ſi cor-

rigantur per fucceffivam luminis propagationem, adhuc remanent errores minutorum 18, vel etiam 21, reliquis illis inæqualitatibus tribuendi. Cum hi foli fæpe fuperent totum effectum propagationis fucceffivæ; eandem neceffario ita perturbabunt, ut ægre dignofci poffit; fæpe enim continget, ut eandem deftruant; adeoque illud etiam fiet, ut fæpe correctione propagationis fucceffivæ adhibita in hifce fatellitibus, tabulæ magis diffentiant ab obfervationibus, quam eadem neglecta; & ipfa licet adhibita, perennis quidam tabularum confenfus cum obfervationibus haberi non poterit, faltem quantus habetur in fatellite intimo.

41. Non tamen idcirco nulla fupererit ratio determinandi, an ejusdem effectus a Maraldo defiderati habeantur. Sed ad id diuturna opus erit obfervationum ferie. Conferendæ erunt tabulæ cum ejusmodi obfervationibus tam adhibita correctione duplici, quæ refpondeat pofitioni fatellitis in orbita fua, & pofitioni terræ refpectu Jovis ipfius, ex quibus emergit vera diftantia Jovis a terra, quam eadem neglecta. Patebit ftatim, utro modo generaliter minus diffentiant tabulæ ab obfervationibus ipfis, & utro in cafu maximi errorum excurfus majores fint. Si propagatio fucceffiva luminis locum habeat, adhibita ejusmodi correctione, fupererunt quidem errores, fed eorum fumma erit minor, & multo minores maximi excurfus; dummodo tanta fit obfervationum copia, ut fi minus omnes, pleræque faltem errorum omnium in utramque partem excurfiones, & combinationes mutuæ habeantur. Exiguus obfervationum vel confentientium, vel diffentientium numerus, nihil evincit in re hujusmodi, in qua cafui cuidam tribuendum erit, quod in eas potius incidatur, in quibus fe errores deftruunt, quam in eas, in quibus in unam fummam coalefcunt.

42.

42. Diuturna hujusmodi observationum ferie instituta, utramque Maraldi difficultatem jam ab anno 1719 folverat in Transactionibus Anglicanis diligentissimus Astronomus Joannes Poundius, qui num. 361 tabulas intimi satellitis multo correctiores edidit, in quibus novam æquationem induxit respondentem inæquali distantiæ Jovis a sole, a qua ipsæ ejusdem a terra distantiæ perturbantur. Ibidem autem Lectorem monet, ceteris quoque satellitibus propagationis successivæ effectum communem esse. En ejus verba latine reddita, quæ ipsis intimi satellitis tabulis subjecit. *Non abs re erit Lectori significare, nos diuturna experientia observationum multorum annorum didicisse, secundam inæqualitatem hujus satellitis oriri a successiva propagatione luminis, & reliquis omnibus satellitibus communem esse; cum inventum sit, lumen septem circiter minutis temporis ad tantam distantiam progredi, quanta est solis distantia a terra: an id motu æquabili fiat, nec ne, adhuc in quæstione res est*, (nos tamen infra pluribus argumentis ostendemus motum æquabilem esse). *Hac de causa tertiam æquationem addidimus, qua habeatur ratio distantiæ Jovis a terra majoris in aphelio, quam in peribelio, ut secunda æquatio respondet majori distantiæ planetæ proximi conjunctioni cum sole, quam proximi suæ oppositioni.*

43. Ut autem evidentior reddatur hæc ipsa difficultatum solutio, illud superest, ut ostendamus, multas esse inæqualitates omissas in tabulis, easque multo majores in satellitibus ceteris, quam in intimo. In primis in eclipsium computatione determinatur appulsus satellitis ad mediam umbram, tum dimidia mora in umbra additur pro emersione, pro immersione subtrahitur, ut ipsum immersionis, vel emersionis tempus innotescat. Si satelles æqualibus prorsus temporibus suas revolutiones circa Jovem perageret in plano transeunte per Jovem, & Solem, & Jupiter æquabili motu circa solem converteretur in eadem a sole distan-

tia, umbra Jovis eſſet ſemper ejuſdem formæ, & magnitudinis, ſatelles ſemper tranſiret per centrum umbræ, eadem ſemper eſſet ejus mora in umbra, & poſt æqualia temporum intervalla ad mediam umbram regrederetur, quibus nimirum perficeret unam ſuam integram revolutionem, & præterea arcum illum, quo interea umbra ſemper ſoli oppoſita progrederetur per ipſam ſatellitis orbitam, qui arcus ſimilis eſt arcui a Jove in ſua circa ſolem orbita deſcripto. Sed in primis Jupiter circa ſolem movetur in ellipſi, & motu inæquali. Quare arcus, quo umbra ſatellitem inſequentem fugit, eſt inæqualis, & harum inæqualitatum aggregata ſunt eadem, ac aggregata inæqualitatum motus angularis ipſius Jovis circa ſolem, quæ dicitur æquatio centri Jovis. Quare tempus ad hanc inæqualitatem compenſandam requiſitum erit ad tempus totius revolutionis ſatellitis, ut eſt æquatio centri Jovis, ad integrum circulum. Hæc inæqualitas accurate determinatur, & ejus ratio habetur in tabulis omnium ſatellitum, in quibus dicitur prima æquatio.

44. Præterea ſatelles ipſe movetur motu inæquali circa Jovem. Nam in primis, ut in luna, & in omnibus planetis primariis habetur aliqua excentricitas, & non circuli deſcribuntur, ſed ellipſes; ſic in ſatellitibus idem continget. Sed præterea perturbabuntur motus ſatellitis ab inæqualitate gravitatis ſatellitis, & jovis in ſolem, ut motus lunæ perturbantur, & perturbabuntur a gravitate mutua ſatellitum. Harum omnium inæqualitatum in tabulis nulla habetur ratio; at eas, licet exiguæ ſane ſint, tamen non eſſe penitus inſenſibiles, eſt admodum credibile ex analogia noſtræ lunæ, quæ ipſas tanto majores habet, & conſtat etiam tum e gravitatis theoria, tum ex ipſis obſervationibus, ex quibus conſtat, digreſſiones ſatellitum a Jove menſuratas in ipſis diametris Jovis non ſemper eaſdem inveniri, ut Caſſinus ipſe teſtatur; ac proinde non ſemper eaſdem eſſe eorundem

a Jove diſtantias. Prima illa inæqualitas, quæ provenit ab excentricitate pendente a prima projectione ſatellitis libera Supremo Conditori, cum ex obſervationibus determinari nondum potuerit, quod ſciamus, incertum eſt, quanto major ſit in uno, quam in alio ſatellite. At ceteris paribus ejus effectus in intimo ſatellite eſt multo minor, quam in aliis, cum ipſe integram revolutionem multo celerius abſolvat, nimirum horis circiter 42, impendente ſecundo ſatellite duplum tempus, tertio quadruplum, quarto octuplum circiter. Reliquæ inæqualitates debent in intimo eſſe multo minores. Nam actio ſolis, quæ turbat motus, eſt, ut diſtantia a Jove, & gravitas in Jovem eſt in ratione reciproca duplicata diſtantiæ; adeoque in intimo ſatellite actio ſolis minor, & gravitas in Jovem, cum qua conjungitur, & quodammodo pugnat, multo major. Et hæc ſecunda ratio locum habet etiam in perturbatione orta a viribus mutuis ſatellitum, licet ob ingentem Jovis, & exiguam ipſorum molem exigua. Quare hæ inæqualitates & in ſe minores ſunt in intimo ſatellite, & ejus celeritas eorundem effectum imminuit.

45. Hæc de reditu ad mediam umbram. Jam, quod attinet ad moram in umbra, ea plurimis ex capitibus variatur. In primis planum orbitæ ſatellitis cujusvis non jacet in plano orbitæ Jovis, adeoque non tranſit ſemper per Jovem, & Solem. Hinc raro admodum ſatelles tranſit per centrum umbræ, immo tertius, & multo magis quartus ſatelles ſæpe umbram effugiunt, in quam intimus ſemper incurrit. Inde fit, ut jam magis, jam minus oblique per umbram tranſeant, adeoque chordam percurrant jam longiorem, jam breviorem: ubi mutatio inclinationis plani ſatellitis ad planum Jovis, inæqualitas aliqua in motu nodorum, mutatio diſtantiæ ſatellitis a Jove plurimas inæqualitates inducunt, quas auget mutatio ipſa umbræ Jovis, quæ pro diverſa diſtantia

a Sole magis, vel minus protenditur, & in eadem diſtantia a Jove jam craſſior eſt, jam tenuior. Plurimas ex hiſce inæqualitatibus contempſit Caſſinus, moram ſatellitis in umbra definiens unica tabula, & modo utique ſatis craſſo. Atqui hæ omnes inæqualitates ſunt pariter in intimo ſatellite multo minores, quam in reliquis tum ob minorem ejus diſtantiam a Jove, ex qua fit, ut minus oblique umbram penetret, & ad minus inæquales a Jove diſtantias, tum ob majorem celeritatem, qua fit, ut minus temporis ſpatium in compenſandis inæqualitatibus impendat.

46. Determinato tempore ingreſſus ſatellitis in umbram, vel egreſſus, adhuc ſuperſunt inæqualitates nobis apparentes. Prima eſt inæqualitas orta ex inæqualitate dierum, quæ corrigitur per illam, quæ dicitur æquatio dierum, vel temporis. Sed præter eam eſt etiam inæqualitas inducta ab inæquali intenſitate luminis, quam ſupra meminimus. Datis diametris umbræ, & penumbræ Jovis, ac diametro ſatellitis, & datis ejus poſitionibus in penumbra, vel inter umbram, & penumbram, & binis diſtantiis a ſole, & a terra, inveniri poteſt, licet calculo aliquanto prolixiore, ratio luminis, quod a ſatellite ad oculum defertur, & data poſitione in uno caſu, in qua videri deſinit, vel incipit, inveniri poteſt poſitio, in qua in alio quovis dato caſu tantundem luminis ad oculos transmittet, adeoque videri deſinet, vel incipiet, quo pacto ad calculum reduceretur inæqualitas producta a D. Granjean. Sed quoniam exiguæ ſatellitum diametri determinatæ non ſunt, & ignoratur in qua potiſſimum poſitione ſemel evanuerint, vel apparuerint, ac præterea maculæ, quæ ſuperficiem ſatellitum reddunt inæqualiter aptam ad lumen reflectendum, indaginem turbant; res eſt laboris irriti. Verum hæc etiam correctio in intimo ſatellite eſt multo minor, ob ingentem velocitatem, qua citiſſime percurrit penumbram, & multo citius, quam

reliqui, in umbram abditur totus. Nam ipſe quidem ſingulis horis percurrit circiter gradus 9 orbitæ ſuæ: craſſities autem penumbræ æqualis diametro ſolis viſæ e Jove, debet eſſe minutorum circiter 6, quæ cum parum oblique percurratur a ſingulis punctis ſatellitis intimi, percurretur circiter intervallo ſecundorum 40. Si autem idem reſpectu ſuæ orbitæ ejuſdem magnitudinis ſit, cujus eſt noſtra luna reſpectu ſuæ, ut dimidium gradum occupet; irrumpet totus in umbram intervallo minore, quam minutorum quatuor, adeoque exigua illa pars, neceſſaria ad compenſandam intenſitatem luminis in minori a terra, & a ſole diſtantia, paucorum ſecundorum intervallo penetrabit in umbram, vel ex eadem emerget.

47. His omnibus accedit inæqualitas apparens orta ex propagatione luminis ſucceſſiva, quam debere plurimum turbari in reliquis ſatellitibus, ut & ejus effectum in intimo ortum ex diverſa ejuſdem diſtantia a ſole, ſatis patet ex iis, quæ diximus, ac proinde non niſi longa obſervationum ſerie deprehendi poſſe, quod Poundius præſtitit, quo pacto manifeſta evadit ſolutio difficultatum Maraldi, & manifeſta hujus phænomeni vis ad probandam propagationem ipſam ſucceſſivam, jam paſſim admiſſam a Phyſicis.

48. Supereſt argumentum petitum ab annuis Fixarum aberrationibus, quod ut paucis expediamus (nam id argumentum aliquot ab hinc annis integra diſſertatione perſecuti ſumus) ſit in fig. 1. tubus quidam *A B* mobilis, tenuiſſimus, & vacuus, ita inclinatus ad viam radii *B C*, ut dum radius percurrit *B C*, percurrat ipſe tubus motu parallelo *A C*, & deferatur in *C D*. Patet in hac tubi inclinatione particulas radii ingreſſas in *B*, debere egredi e tubo in *C* per medium tubum, medio ipſo tubo tantundem progrediente, quantum ipſæ progrediuntur. Magis autem, vel minus inclinato ipſo tubo, particulæ in latus impingerent, & ad

imum non devenirent. Quare in illa unica tubi poſitione *C D* poteſt transmitti radius per tubum; ac proinde objectum videri non poteſt, niſi tubo ita inclinato. At omnino eſt manifeſtum objectum videri in ea directione, in qua is tubus jacet. Igitur objectum videri debet extra eam directionem, in qua radius ad oculum devenit nimirum per *C D*, non per *C B*.

49. Idem etiam repeti poteſt ex impreſſione radii in oculum mobilem, quæ eſt obliqua reſpectu viæ radii. Dum enim radius progreditur per *B C*, & oculus per *A C*; concipiamus utrique ſimul dari motum æqualem & contrarium ſecundum directionem *C A*, vel *B E* eidem parallelæ; eodem modo ſe habebit reſpectiva colliſio corporis, & radii, quo ſi communis ille motus impreſſus non fuiſſet; motus enim communis æqualis, & parallelus ſtatum reſpectivum non mutat. Sed in eo caſu oculus quieſceret in *A*, & radius deferretur per diametrum *B A* parallelogrammi *B C A E*. Quare impreſſio eodem modo fiet, quo fieret, ſi oculo quieſcente in *A*, deveniret radius per B A, vel oculo quieſcente in *C*, deferretur radius per *D C*.

50. Cum vero ſinus anguli *B A C*, ſive inclinationis rectæ tendentis ad locum viſum objecti, ſit ad ſinum anguli *A B C*, ſive aberrationis *B C D*, vel *E A B*, ut eſt *B C* ad *A C*, ſive ut celeritas luminis ad celeritatem oculi, & angulus *B C D* jaceat in eodem plano cum rectis *A B*, *A C*; habebitur hoc theorema: *Aberratio orta ex propagatione ſucceſſiva luminis, & motu oculi jacet in eodem plano cum via radii, & via oculi, & ejus ſinus eſt ad ſinum anguli contenti a via oculi cum recta tendente ad locum viſum objecti, ut celeritas oculi ad celeritatem luminis.*

51. Hinc autem illud eruitur, ſi celeritas oculi ſit inſenſibilis reſpectu celeritatis luminis, aberrationem fore inſenſibilem. Celeritas, quam poteſt habere oculus ex motu ſuo facto reſpe-

ctu superficiei terrestris, est omnino insensibilis respectu celeritatis luminis. Nam, quantum experimenta possunt evincere, tempus, quod impendit lumen in percurrendo intervallo plurium milliariorum, est prorsus insensibile, motus autem oculi in superficie terræ per plura milliaria, non exiguum tempus postulat. Hinc ut possit hæc aberratio deprehendi, considerandus est motus oculi celerrimus, quem habet simul cum terra motu annuo translata circa solem. Sit in fig. 2. *S* sol, *A B D E* orbita terræ proxime circularis, celeritate etiam proxime eadem ubique, locus autem verus Fixæ cujuspiam sit in *I*. Terra existente in *A*, locus visus Fixæ erit in *a* ita, ut aberratione *I A a* jacente in plano, quem radius *I A* continet cum tangente *A T*, exprimente directionem motus annui terræ in *A*, sit *I a* parallela *A T*, & sit ad *A I* ut celeritas annui motus terræ ad celeritatem luminis. Eodem pacto Fixa existente in *B*, jacebit locus visus *b* in recta parallela rectæ tangenti orbitam terræ in *B*, ac proinde inclinata ad *I a* in eodem angulo, in quo ea tangens inclinatur ad *A T*. Erit autem *I b* proxime æqualis *I a*, ob celeritatem terræ, & distantiam ab *I* ubique proxime eandem. Quare cum omnes præterea tangentes in eodem plano jaceant, & earum inclinatio æquabiliter mutetur, terra æquabiliter progrediente; erit punctum *b* visum semper in peripheria circuli *a b d e* jacentis in plano parallelo orbitæ terrestri, in qua peripheria uniformiter progredietur, & locus visus *b* respectu centri circuli *I* erit per quadrantem circuli promotior loco terræ respectu solis; cum nimirum tangens per *B* ducta perpendicularis sit rectæ *S B*. Idem autem circulus, si jaceat *I* in polo eclipticæ, recta visus, apparebit circulus; sed si oblique jaceat, apparebit ellipsis quædam eo magis compressa, quo propius accedit ad eclipticam. Axis major ejus ellipseos jacebit in ea directione, in qua angulus *A I a*, adeoque & *I A T* erit

rectus, & proinde semidiameter $I\,a$ videbitur sub angulo $I\,A\,a$, cujus sinus ad radium erit, ut celeritas oculi ad celeritatem luminis. Illud autem præterea facile demonstratur, oculo translato cum terra, debere haberi motum ex parallaxi oriundum, qui fiet in ellipsi prorsus simili, & similiter posita, quæ sola erit sensibilis, si distantia terræ a sole respectu distantiæ Fixæ a terra non fuerit insensibilis, fuerit autem insensibilis celeritas oculi respectu celeritatis luminis: ut e contrario si hæc secunda fuerit sensibilis, & insensibilis illa prima, sentietur sola ellipsis orta ex luminis aberratione; si autem fuerit sensibilis utraque; adhuc orietur motus in ellipsi ejusdem formæ, cum hoc tantum discrimine, quod in casu solius aberrationis luminis locus Fixæ visus in circulo $a\,b\,d\,e$ erit tribus signis promotior loco terræ in ecliptica, in casu solius parallaxeos erit sex signis promotior, in casu utriusque erit promotior arcu intermedio quodam inter signa 3, & 6, qui arcus admodum facile definitur, datis seorsum aberratione maxima, & parallaxi maxima; est enim radius ad tangentem complementi ejusdem, ut prima ad secundam. Et ea quidem omnia in ea dissertatione satis accurate demonstravimus.

52. Hinc autem facile est horum apparentium motuum phænomena derivare, & conferre cum observationibus. Motus quidam exigui in Fixis observati jam fuerant ope longiorum telescopiorum, & attributi parallaxi. Innotuit subinde, nullo modo eos motus posse conciliari cum parallaxi ipsa, quod & Eustachius Manfredius demonstravit ex suis observationibus. Interim Bradleyus cum animadvertisset a luminis propagatione successiva debere aberrationes hujusmodi oriri, post innumeras observationes affirmavit motus illos omnes licet multarum sane Fixarum, & inter se apparenter dissentientes, esse eos ipsos, quos aberratio postulat, nulla habita ratione parallaxeos. Manfredius autem

idem

idem posteriore opusculo affirmavit, in aliquibus Fixis se deprehendisse tantum consensum cum aberrationibus Bradleyanis, ut is casui omnino tribui non possit. Hinc duo inferuntur: 1. Fixas esse in ea distantia a terra, ut nulla habeatur parallaxis sensibilis, ne ex motu quidem annuo: 2. Lumen successive propagari, & celeritatem motus annui terræ non esse insensibilem respectu celeritatis luminis.

53. Ipsa autem relatio harum celeritatum determinatur ex eo, quod aberratio maxima inventa sit a Bradleyo in Fixis omnibus circiter secundorum 20., cujus sinus cum sit ad radium proxime, ut 1 ad 10000; erit velocitas luminis ad velocitatem oculi ut 10000 ad 1. Jam vero terra 12 mensibus, sive diebus 365. ¼ proxime percurrit suam orbitam paulo plus quam sextuplam suæ distantiæ a sole. Quare spatio circiter 60 dierum, sive horarum 1440, & semiquadrantium 11520 percurrit spatium æquale distantiæ solis a terra, in quo spatio lumen, cum impendat tempus 10000 vicibus minus, impendet unum semiquadrantem circiter. Calculo accuratius instituto, proveniunt minuta 8 cum triente circiter.

54. Quoniam lumen omnium Fixarum observatarum eandem parit aberrationem; omnium lumen habet celeritatem eandem. Et quoniam earum distantiæ sunt admodum diversæ, ut est maxime verosimile ob tantam apparentis magnitudinis diversitatem; omnino æquabili celeritate feratur lumen singularum, necesse est; neque enim credibile est, celeritates ita in origine diversas esse, & ita deinde mutari, ut in appulsu ad terram inæqualitates accurate corrigantur; licet id quidem impossibile non sit. Præterea quoniam lumen solare ex eclipsibus satellitum Jovis percurrit 7 minutis intervallum a sole ad terram, & ex aberrationibus annuis lumen Fixarum minutis 8 proxime; credibile admo-

dum eſt devenire utrumque intervallo circiter ſemiquadrantis: nam neutra methodo celeritas intra tam arctos limites definiri poteſt. Ex alia parte eodem Teleſcopio diſtincte cernimus & ſolem, & planetas, & Fixas, & objecta omnia terreſtria illuminata a noſtro igne, & ignem ipſum. Id oſtendit, refractionem omnium luminum, ſive ſit ſolis lumen directum, vel reflexum, ſive Fixarum, ſive noſtri ignis, eandem habere refractionem ad ſenſum: licet in omnibus hiſce luminibus fila diverſorum colorum habeant refractionem nonnihil diverſam, ut paulo infra videbimus. Quare & celeritatem habebunt ad ſenſum eandem hæc lumina, quæ nimirum ab iisdem corporibus in iisdem circumſtantiis æque a ſuſcepto itinere detorquentur. Solum in diverſis diverſorum colorum filis erit fortaſſe aliqua inæqualitas celeritatis, cum poſt refractionem aliqua omnino ſit, ut in ſecunda parte videbimus.

55. Et hoc quidem argumentum petitum ab æquali refractione probat etiam magis directe, omne lumen per ſubſtantias homogeneas progredi motu uniformi ſine ulla reſiſtentia, quæ motum retardet. Nam quotieſcunque ex quovis eodem medio incidit in quodvis aliud medium idem, utcunque magnam ejus partem percurrat, ſemper refractiones ſunt ad ſenſum eædem. Quare cum vires eædem debeant eſſe in iisdem circumſtantiis, erit & celeritas luminis incidentis eadem.

56. Hoc demum pacto patet, propagationem ſucceſſivam luminis ſatis probari ex natura luminis, ex inflexionibus radiorum, ex phænomenis ſatellitum Jovis, ex aberrationibus annuis Fixarum, & eorum pleraque evincere æqualem celeritatem per idem medium. Quæ autem celeritatum mutatio fiat in mutatione mediorum, id vero ad ſecundam partem pertinebit. Interea illud addendum, hiſce probationibus directe quidem probari pro-

pagationem succeſſivam quantum ſatis, ſed omnino non demonſtrari. Neque enim *demonſtrari* poteſt, naturam luminis conſiſtere in progreſſivo motu ſubſtantiæ corporeæ, aut inflexiones radiorum non eſſe immediate requiſitas ab eorum natura ſine ulla virium actione. Si quis autem dicat, ſatellites Jovis accelerari in acceſſu ad terram, & Fixas revera habere motus illos viſos; vim argumenti eludet. Verum hæc prorſus incredibilia videntur, cum nulla appareat actio terræ in Jovem, & ejus ſatellites præter gravitatem, quæ in tanta diſtantia inſenſibilis eſt, nec parit perpetuam accelerationem in acceſſu, ſed accelerationem, & retardationem per vices, & eſt communis reliquis planetis. Fixarum autem in maxime diverſis diſtantiis a terra poſitarum, motus eſſe ita inæquales, ut nobis æquales appareant, & congruant cum phænomenis aberrationum luminis tam accurate, idque ſine ulla apparenti cauſa, id ſane videtur omnino incredibile. Admodum autem incredibile eſt, phænomena tam diverſa, ut eſſent Fixarum motus illi, & phænomena ſatellitum Jovis, ita congruere, ut eandem luminis celeritatem oſtendant.

57. Ex hac celeritate luminis deducitur primo, motum terræ diurnum reſpectu ipſius eſſe ita lentum, ut nullam pariat ſenſibilem aberrationem. Cum enim terra a ſole diſtet ſemidiametris terreſtribus 22000, ut communis jam fere Aſtronomorum ſententia fert; motu annuo conficit peripheriam 22000 vicibus majorem, quam motu diurno. Erit igitur celeritas motus annui ad celeritatem diurni, ut 22000 ad 1 directe, & ut annus ad diem reciproce, ſive ut $\frac{22000}{365.\frac{1}{4}}$ ad 1, nimirum ut 60 ad 1 quam proxime. Quare aberratio orta ex motu diurno eſt pars ſexageſima aberrationis annuæ, adeoque tertiam minuti ſecundi partem

non excedit. Multo autem magis debet esse insensibilis aberratio luminis orta ex motibus factis respectu superficiei terrestris.

58. Deducitur 2. lumen singulis secundis horariis, sive singulis arteriæ pulsibus percurrere plura quam 180 milliariorum millia. Nam singulis semiquadrantibus horæ, sive singulis 450 secundis percurrit 22000 semidiametros terrestres, quarum singulæ continent milliariorum quatuor millia, adeoque singulis 450 secundis horariis percurrit lumen milliaria 88000000, ac proinde singulis secundis, sive singulis arteriæ pulsibus plura quam 180 millia milliariorum. Ea est tam immanis velocitas, ut vix concipi a nobis possit. Adhuc tamen non obstante immani ipsa velocitate, vix credibile dictu est immane temporis intervallum, quod lumen requirit, ut ad nos a Fixis deveniat. Quoniam ex aberrationibus annuis Fixarum patet, nullam esse parallaxim annuam sensibilem Fixarum earundem; fingamus eam in proximis Fixis esse unius secundi: est autem fortasse multo minor. Erit ipsarum distantia ad semidiametrum orbis magni, ut radius ad sinum unius secundi, sive ut 200000 ad 1 quam proxime. Quare a proximis Fixis non deveniet lumen ad terram, nisi post 200000 semiquadrantes horæ, sive post horas 25000, nimirum post dies 1042, vel proxime post annos tres. Sunt autem in cœlo stellulæ ita minutæ, ut vix per telescopia etiam longiora videri possint. Sunt aliæ, quarum aggregata respectu telescopii sunt idem, ac respectu oculi est via lactea, quæ nimirum quendam perpetuum candorem exhibent. Si ex hujusmodi luminis tenuitate distantiam conjectari licet; erunt profecto stellæ aliquæ mille, & bis mille vicibus remotiores Syrio; neque enim est, cur putemus eas, quæ nobis proximæ sunt, maximas esse: nec dubium esse potest, quin ejusmodi stellarum lumen sit plus quam millies mille, vel plus quam quater millies mille vicibus tenuius, quam

lumen Syrii. Si autem sit stella æqualis Syrio, cujus lumen sit quater millies mille vicibus tenuius lumine Syrii; erit profecto bis mille vicibus remotior, cum luminis motu uniformi & rectilineo propagati per medium liberum intensitas sit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, ut mox videbimus. Ab ejusmodi stellis lumen deveniet post intervallum temporis mille, vel bis mille vicibus majus.

59. Quarè ex hujusmodi propagatione luminis eruitur 3.°, nos Fixas nobis proximas videre per lumen ante tres annos emissum; esse autem stellas multo remotissimas, a quibus lumen ad terram nonnisi post plura deveniat annorum millia. Si hujusmodi stellas Conditor voluit videri statim post mundi originem, debuit simul creare lumen ab iis ad immensa intervalla protensum; aliter essent inter Fixas stellæ, e quibus nondum ab initio mundi ad nos lumen pervenisset. Ceterum si id nequaquam præstitisset; fieri posset, ut aliquæ remotissimæ stellæ post sex annorum millia ab orbe condito videri inciperent, & haberentur pro stellis novis. E contrario fieri posset, ut Fixæ, quas cernimus, jam periissent ante aliquot annos, vel annorum millia, & tamen videri perseverarent per lumen jam olim emissum, ut tormenti bellici sentitur sonus, eodem etiam forte disrupto, & fulmine jam dissipato, sonus ab eo editus ad aures pertingit. Et hinc quidem phænomena, quæ videmus in motibus respectivis licet exiguis quarundam Fixarum, non ea sunt, quæ nunc contingunt, sed quæ contigerunt jam olim. Hæc quidem minus credibilia videntur iis, qui præjudiciis assueti, æstimant magnitudines omnes, & intervalla a magnitudine sui corporis, & tempora a propriæ vitæ brevitate, ex quibus mensuras desumunt, nec illud mente concipiunt, quod rationem ad hæc non habeat, non ita multum ab æqualitate abludentem.

60. Eruitur 4, nullum esse phænomenum hic in terra, ex quo liceat deprehendere successivam propagationem luminis, nec ullum esse intervallum temporis inter momentum, quo ignis accenditur, & lumen ad oculos devenit; cum nimirum tam multa milliariorum millia singulis arteriæ pulsibus lumen percurrat. Quare ubi motus in experimentis quibuscunque terrestribus considerantur respectivi respectu terræ habitæ ut immobilis, ut nulla est adhibenda correctio aberrationis viæ luminis, juxta ea, quæ superius diximus, orta a motu oculi in superficie terræ; ita nulla pariter est adhibenda correctio orta ex motu objecti observati debita tempori, quo lumen ab eodem ad oculum pervenit.

61. Eruitur 5. in omnibus Astronomicis observationibus binas correctiones adhibendas esse, alteram provenientem ex aberratione viæ luminis, alteram ex motu objecti debito tempori, quo lumen defertur ad oculum. Illa prima correctio assurgit ad 20 secunda circuli maximi, cum est maxima; hæc secunda est aliquanto minor, ob lentum progressum in planetis, & motum fere nullum in Fixis. Hæc tamen maxima esset, & universam Astronomiam turbaret in sententia terræ quiescentis, si in ea sententia non admittatur theoria, quam superius indicavimus, quæ id præstat, ut omnia phænomena eodem modo debeant contingere, terra quiescente, quo eadem translata. De hisce correctionibus novimus, elegantissimam dissertationem conscriptam, & Parisiis editam a summo Geometra Clerautio, quæ nondum ad nostras manus devenit.

62. Illud autem hic satis mirum, dum objecta terrestria cernimus, binos hujusmodi errores ortos ex translatione oculi, & objecti se penitus corrigere. Emittat enim in fig. 1. objectum B lumen directione $B\ C$, dum oculus transfertur cum tellure per $A\ C$: videbit objectum ob aberrationem luminis directione $C\ D$,

diversa a directione radii *C B*. Sed interim objectum translatum motu æquali, & parallelo per *B D* erit in illo eodem puncto *D*, in quo videtur. Idem contingit in luna quoque, in qua bini errores orti a communi motu annuo circa solem telluris, & lunæ se corrigunt, & idem in motibus omnibus æqualibus, & parallelis. Adeoque etiam iidem errores se corrigunt; si totum systema planetarium satis distat a centro communi gravitatis planetarum omnium, & cometarum, ac circa illud movetur communi motu, quod an contingat, ignorato cometarum numero, magnitudine, & orbitarum positione, ignoramus. Eo enim casu, errores orti a parte motuum parallela, & æquali mutuo eliderentur.

63. Ubi satis quidem se manifesto prodit Divini Artificis providentia, qui tantam lumini celeritatem dedit, ut in propioribus objectis errores partim nulli ad sensum sint, partim se corrigant, in paulo remotioribus, ut in planetis, non nisi per telescopia determinari possint. Remotissimis autem corporibus, ut Fixis, motus dedit, respectu hujus mundani spatii, vel nullos penitus, vel qui in tanta a nobis distantia pro nullis haberi possint.

64. Eruitur 6, intensitatem luminis in recessu a puncto radiante per spatium homogeneum, & luminis propagationi non resistens decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum. Si enim concipiatur in fig. 3. sphæra quævis *D F* descripta centro *C*, in quo est punctum radians, quæ dividatur in orbes æque crassos *D d*, *B b* & concentricos infinite tenues; lumen quod est in orbe *B E b*, occupabit postea præcise orbem *D F d*; quia erunt & *B D*, *b d* æquales, adeoque quovis puncto *B* deveniente in *D*, abibit *b* præcise in *d*. Quare densitas luminis in orbe *D d*, est ad densitatem in orbe *B b* in ratione reciproca eorum orbium, qui, ob crassitudines *B b*, *D d* æquales, sunt, ut superficies sphæricæ *B E*, *D F*, sive ut quadrata distantiarum *C B*, *C D*.

65. Hinc jam patet error eorum omnium Phyſicorum, qui de omnibus qualitatibus a dato puncto in ſphæram diffuſis pronunciant, earum intenſionem decreſcere in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab eodem puncto. Id quidem verum non eſt, niſi addatur eandem progredi motu uniformi, & nullam ejus partem ſiſti. Si enim celeritas mutetur, quod uno tempore includitur orbe *B b*, non continebitur orbe *D d*, ſed alio magis, vel minus craſſo, prout vel retardabitur motus, vel accelerabitur. Quare videtur omnino errare Keillius in Introductione ad veram Phyſicam lectione 5: ubi ad æſtimandam quantitatem odoris emiſſi e dato globo, aſſumit odoris intenſionem decreſcere in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Neque enim veroſimile eſt, odoriferas particulas ſemel emiſſas recta progredi motu uniformi, quarum plurimæ circa ipſum corpus, a quo emittuntur, hærent ipſi aeri immixtæ, cum quo, vento flante, inde avelluntur, & longius abeunt.

66. Sed multo gravius idem, ceteroquin ſatis & doctus, & accuratus Auctor, ibidem eſt lapſus in colligenda ſumma omnium particularum emiſſarum a globo ex hypotheſi, quod earum denſitas decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro globi eandem comparando cum ſumma, quæ haberetur, ſi denſitas eſſet ubique uniformis. En ejus paralogiſmum, de quo hic nobis neceſſario agendum fuit, ut luminis quantitatem colligeremus, quæ in ea ratione in receſſu a puncto luminoſo attenuatur. Sit in fig. 4. globi radius *C A*, quo producto uſque ad quamvis diſtantiam *A D*, erigatur *D M* normalis ipſi, & per *M* ducatur recta *M N O R* parallela *D C* occurrens in *R* rectæ *C R* perpendiculari ad *D C*, ac per idem punctum tranſeat Hyperbola *M P Q* habens pro aſymptotis *D C*, *C R*, in qua ordinatæ *B P* ſint in ratione reciproca duplicata abſciſſarum *C B*. Si jam recta

D M

$D\ M$ exprimat densitatem in D, exprimet recta $B\ N$ ipsi æqualis densitatem in B in hypothesi densitatis constantis, & recta $B\ P$ densitatem ibidem in hypothesi densitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro C. Ipse per easdem ordinatas exprimit numerum particularum existentium in B in binis illis hypothesibus; unde infert totam materiam extensam a globo usque ad distantiam $A\ D$ exponi per areas $M\ D\ A\ O$, $M\ D\ A\ Q$ clausas ordinatis pertinentibus ad rectangulum, & ad Hyperbolam Cumque ex natura hujus Hyperbolæ sit area ab $A\ Q$ ad partes oppositas C æqualis rectangulo sub $C\ A$, & $A\ Q$, & area ultra $D\ M$ rectangulo sub $C\ D$ & $D\ M$; concludit fore quantitatem materiæ in prima hypothesi ad quantitatem materiæ in secunda, ut est differentia rectangulorum $C\ A\ Q$, $C\ D\ M$ ad rectangulum $A\ D\ M$.

67. At in hoc discursu manifestus est paralogismus. Licet enim rectæ $B\ N$, $B\ P$ exprimant densitates; tamen non exprimunt numerum particularum in distantia B circumfusarum circumquaque circa centrum C in orbem sphæricum. Is enim numerus est directe, ut densitas, & spatium simul. Spatium autem est superficies, vel potius orbis infinite tenuis radio $C\ B$, qui orbis, data crassitudine, est ut $C\ B$ quadratum. Quare in prima hypothesi densitatis constantis debuit numerus particularum in distantia B, exponi per rectam proportionalem quadrato distantiæ $C\ B$, nimirum per $B\ S$ ordinatam ad arcum convexum parabolæ $M\ S\ T\ C$, & in secunda hypothesi numerus evadit constans, & exponi debet per ordinatam constantem $B\ N$. Erit igitur summa in prima hypothesi ad summam in secunda, ut est area $A\ T\ M\ D$, ad aream $A\ O\ M\ D$, sive ex natura parabolæ, ut est differentia inter trientes rectangulorum $C\ D\ M$, $C\ A\ T$ ad rectangulum $A\ D\ M$.

68. Quam hæc ratio ab illa priore discrepet, satis patebit posito calculo. In casu in quo $C\ A$ evanescat, & globo substi-

tuatur punctum, error evadit infinitus. Quoniam enim AQ crescit in ratione reciproca duplicata abscissarum CA; rectangulum CAQ est in ratione reciproca simplici CA, qua imminuta in infinitum, evadit illud rectangulum infinitum, & infinitus ejus excessus supra rectangulum CDM; adeoque etiam ejus ratio ad rectangulum ADM, vel eo casu CDM evadit infinita. Contra vero evanescente CA, evanescit rectangulum CAT, adeoque differentia rectangulorum CDM, CAT evadit ipsum rectangulum CDM, & ratio rectanguli ADM, vel eo casu CDM, ad trientem rectanguli ejusdem CDM evadit tripla.

69. Hinc infertur, lumen emissum a puncto radiante, vel a corpore, quod haberi possit pro puncto, quod in recessu ab eodem puncto habet densitatem reciproce proportionalem quadrato distantiæ, continere triplum ejus materiæ, quam contineret, si ubique haberet densitatem, quam habet in superficie extima sphæræ, per quam diffunditur. Id autem sine conicarum sectionum natura sic facile eruitur. In fig. 3. in quovis orbe Bb habetur tantundem materiæ, quantum in extremo Dd; cum spatium sit reciproce proportionale densitati, sive in casu nostro, cum idem lumen, quod prius occupabat orbem Bb, deinde occupet orbem Dd. Quare si tota materia ab A ad D diffusa reduceretur ad densitatem Dd, occuparet spatium, æquale totidem orbibus Dd, sive æquale cylindro, cujus basis æqualis sit toti superficiei extimæ sphæræ, & altitudo crassitudini orbis AD. Quare materia contenta eo orbe in hypothesi densitatis variatæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ad contentam in hypothesi ejusdem constantis erit, ut ille cylindrus ad eum orbem. Evanescente autem CA, cylindrus ille evadit triplus sphæræ, quæ nimirum ex Archimede æquatur cono ejusdem basis, & altitudinis; orbis autem evadit ipsa sphæra. Quare prima materiæ quantitas est tripla secundæ; ut etiam prius inventum fuerat.

70. Si non a puncto quodam radii divergant, sed e singulis particulis superficiei cujusdam; densitas luminis in quovis puncto extra corpus posito multo difficilius invenitur; cum pendeat a summa omnium densitatum, quæ habentur ob illas diversas particulas, & pendeat etiam ab obliquitate particularum earundem lumen emittentium. Sed si corpus respectu distantiæ exiguum fuerit; poterit haberi pro puncto.

71. Hic jam facile determinatur moles luminis dato tempore a sole emissi, & redacti ad eam tenuitatem, quam habet hic apud nos in hac distantia terræ a sole. Sol singulis horæ semiquadrantibus implet lumine semper novo orbem sphæricum, cujus semidiameter minor est ipsa solis semidiametro, & semidiameter major est distantia ejus centri a terra. Contemta mole solis respectu sphæræ tanto majoris, triplicetur hæc moles, ut lumen reducatur ad eandem tenuitatem; tum fiat ut horæ semiquadrans ad tempus datum, ita moles inventa ad quartum, & habebitur quæsita moles. Ex opposito si data mole luminis redacti ad hanc tenuitatem, quæratur tempus, quo a sole emittitur, invenietur in eadem proportione invertendo.

72. Qui animo reputaverit immensam copiam luminis perpetuo emissi a sole, timebit sane, ne brevissimo tempore sol ipse intereat. Nam cum sol distet a terra semidiametris terrestribus ad minimum 22000; singulis horæ semiquadrantibus implet novo lumine sphæram majorem toto globo terraqueo pluribus quam decies millies mille vicibus. Sed præter alia multa, quæ reponi possent, difficultatem omnem penitus tollit immensa luminis tenuitas, quæ fere omnem captum humanum excedit. Nam illud satis valide probare possumus: licet tantam luminis molem singulis semiquadrantibus emittat sol; *unum aquæ digitum sphæricum continere multo plus materiæ, quam contineat lumen, quod sol emittere possit pluribus mille-*

nis seculorum millibus, quam sint minutissimæ arenulæ, quæ universam terræ superficiem pluribus vicibus operirent.

73. Hujus propositionis probationem dedimus superiore anno in Romano litteratorum diario, ubi pro aquæ digito, digitum solaris materiæ adhibuimus, cum ipso aquæ digito collatum. Sed solaris densitas a densitate aquæ non multum differt, & calculus pauciora supponit, si aquæ digitus adhibeatur. Innititur calculus hisce principiis. Luminis tenuitas in hac a sole distantia est major quam tenuitas materiæ Auroræ borealis, quam secum non abripit, hujus materiæ major est tenuitas, quam terrestris Atmosphæræ in distantia 840 milliariorum a superficie terræ, in qua distantia sæpe Auroræ boreales sustinentur; hujus tenuitas major, quam tenuitas nostri aeris hic in superficie terræ pluribus vicibus, quam exprimat unitas cum cyphris 72, quod colligitur ex progressione, in qua terrestris Atmosphæra assurgendo rarescit. Cumque hic aer sit fere millies rarior aqua; erit lumen rarius aqua multo magis, quam exprimat unitas cum cyphris 75. Quare unus digitus aquæ continet plus materiæ, quam digiti luminis ad hanc raritatem redacti, expressi per unitatem cum cyphris 75. Hinc jam facile est inire rationem temporis, quo tot digiti ejus luminis emittuntur a sole, & invenitur seculorum numerus major, quam exprimat unitas cum cyphris 28, cum assumtis arenulis, quarum 100 ordinari possint per digiti longitudinem, superficies terræ contineat multo minorem numerum earundem arenularum, quam exprimat unitas cum cyphris 22.

74. Ibidem in eandem tenuitatem inquisivimus ex eo, quod lumen impingat in tenues substantias, ut in chartam, & earum centrum gravitatis non promoveat, & adhibita lege collisionis corporum invenimus, demonstrari quidem ingentem tenuita-

tem, sed adhuc non posse perveniri ad limites tam amplos, ut ad multo arctiores limites se extendit argumentum petitum a libero transitu radiorum per idem foramen, cum directionibus quibuscunque. Ex ipsa autem lege collisionis corporum sive ex lege actionis, & reactionis mutuæ demonstravimus, fieri omnino non posse, ut in experimentis, quæ passim a Physicis adducuntur ad probandam gravitatem ignis, substantiæ per radios solares in cinerem, vel calcem redactæ auxerint pondus ad sensum, ob pondus additum radiorum solarium. Nam si tantum materiæ contineret id lumen, ut ejus pondus sentiri posset; debuisset ob tantam velocitatem luminis, & centrum gravitatis illarum substantiarum momento temporis abripi, & ultra lunam protrudi. Effervescentiam autem substantiarum expositarum radiis solaribus collectis, & tantum partium intestinum motum oriri immediate tantum a viribus mutuis particularum, & occasionem quandam iis præberi a particulis luminis æquilibrium tollentibus, demonstravimus pariter ex eo, quod centrum gravitatis earundem substantiarum quiescat. Qui plura eo in genere quærit, consulat dissertationem eandem.

75. Eruitur demum ex hac eadem successivà luminis propagatione, densitas luminis in superficiebus quibuscunque, a dato puncto illuminatis. Sit enim in fig. 5. $A\ B\ C\ D$ planum quodcunque illuminatum a puncto radiante in L. Sit $L\ P$ perpendiculum in planum demissum: in recta $P\ E\ F$ sit lineola $E\ F$ infinite parva, ad quam terminetur pyramidula abscindens e superficie sphæræ radio $L\ E$ descriptæ quadratum $E\ I\ i\ e$, & e plano proposito rectangulum $E\ F\ f\ e$. Densitas luminis in superficie $E\ I\ i\ e$ erit reciproce ut quadratum $L\ F$, in superficie autem $E\ F\ f\ e$, minuetur in ratione reciproca quadrati $E\ i$ ad rectangulum $E\ f$, sive in ratione $E\ F$ ad $E\ I$, vel $L\ F$, quæ definit in $L\ F$, ad

$L\ P$. Quare erit denſitas in Ef reciproce, ut cubus $L\ E$, & directe ut perpendiculum $L\ P$: adeoque habetur hoc theorema: *Denſitas luminis e dato puncto egreſſi, & planum quoddam illuminantis, eſt in diverſis ejus plani punctis directe, ut diſtantia perpendicularis puncti radiantis ab eodem plano, & reciproce ut cubus diſtantiæ ejusdem a puncto dato.* Si autem plano ſubſtituatur ſuperficies curva quæcunque; ſatis erit per ejus punctum datum concipere planum ſuperficiem tangens, & id planum intelligere in propoſito theoremate.

76. Ex hoc theoremate, & ex altero, quod denſitas luminis per ſpatium liberum propagati ſit reciproce, ut quadratum diſtantiæ a puncto luminoſo, facile ope methodi infiniteſimorum invenientur puncta, in quibus in ſpatio libero, vel in ſuperficiebus datis quibuſcunque habebitur maxima, vel minima intenſitas luminis egreſſi e quotcunque punctis radiantibus, quorum dentur vires abſolutæ, ſive luminis emiſſi intenſitates in data diſtantia in ſpatio libero; ut & alia plura ad analyſim, ac geometriam exercendam ſatis apta facile poſſunt inveſtigari.

77. Illud hic unum monendum ducimus, antequam ad cetera progrediamur: prorſus inepta eſſe ea, quæ a nonnullis in alio ſtudiorum genere non ineptis hominibus contra luminis propagationem ſucceſſivam proponuntur: nos ſtatim, ac oculos aperimus, videre Fixas remotiſſimas, ſtatim ac ſol oritur, videre ipſum, & alia ejusmodi. Nos objectum videmus ſtatim, ac lumen oculum percellit. Quo tempore id lumen ex objecto egreſſum ſit, id vero ſentire non poſſumus. Qui in fluvium decidit, ſtatim madeſit, ſed per aquam multo ante e fonte egreſſam. Ubi oculos aperimus, ingreditur oculos lumen, quod in palpebras incidiſſet, & ſtatim ac radius ſolis terram ſtringens in oculum incidit, orientem ſolem conſpicimus.

78. Et in his quidem fusius immorari libuit, ut fundamenta ipsa expenderemus earum luminis proprietatum, quæ ad directam propagationem pertinent. In reliquis, quæ spectant ad refractionem, reflexionem, & diffractionem, tantum enumerabimus proprietates ipsas, vel jam pridem opticis notas, vel a Newtono in optica sua propositas. In primis omnium corporum tenues laminæ, quantum ex experimentis licet colligere, sunt lumini perviæ. Sed crassiora frusta aliorum corporum opaca sunt, aliorum pellucida. Ubi luminis radius defertur e vacuo ad superficiem diaphani corporis crassitudine aliqua præditi, pars ejus reflectitur retro regressa pars ingreditur, ac refringitur accedendo ad perpendiculum, nisi perpendicularis fuerit, quo casu recta pergit. Si autem e corpore diaphano transeat in vacuum; adhuc pars reflectitur, & pars egreditur refracta non accedendo ad perpendiculum, sed recedendo; nisi fuerit perpendicularis, quo casu recta progreditur. Sed si inclinatio ad superficiem sit satis magna, totus reflectitur. Sit in figura 6. *A C B* superficies corporis, in quam radius *D C* incidat in *C* ex vacuo. Pars reflectitur per *C F*, pars ingressa non progreditur recta per *C E*, sed refringitur per *C R*, vel *C V*, accedendo ad perpendiculum *I C H*. Si autem sit vacuum ad partes *I*, & corpus ad partes *H*, pars reflectitur per *CF*, pars refringitur per *C r*, vel *C u*, recedendo a perpendiculo, nisi angulus *A C D* sit satis exiguus, quo casu totus radius reflectitur.

79. In reflexione, & refractione servatur hæc lex, ut radius remaneat in eodem plano cum perpendiculo, in quo prius jacebat, & ut mutatio viæ radii fiat in spatio perquam exiguo, quod haberi possit pro puncto.

80. In reflexione angulus reflexionis *H C F* semper æquatur angulo incidentiæ *D C H*.

81. In refractione angulus refractionis pendet a tribus conditionibus. A natura fili radium constituentis, a natura corporis refringentis, ab inclinatione radii incidentis. Radius albus, ut Newtonus incredibili solertia detexit, & demonstravit, frustra aliquamdiu obnitentibus contra iis, qui vel minus aptis instrumentis, vel minus caute experimenta instituerant, vel minus recta ratiocinatione ex experimentis conclusiones deduxerant, componitur ex innumerabili numero filorum, quorum quodlibet habet suum colorem diversum ab aliis. Colores isti, utcunque innumerabiles, reducuntur ad septem classes, redactis ad classes singulas iis, qui parum a se invicem discrepant. Sunt autem Rubeus, Aureus, Flavus, Viridis, Cæruleus, Indicus, Violaceus. Ex horum commixtione ceteri generantur; & corpora ejus coloris apparent, quem generat mixtio filorum ab iis reflexorum ad oculum; nam ab iis alia fila reflectuntur, & alia absorbentur.

82. Quodlibet filum habet suum refrangibilitatis gradum, quem semper retinet, diversum a quovis filo sibi non homogeneo. Hinc in quavis refractione radius compositus e multis filis delatus per *D C* dividitur in fila, rubeo minime omnium refracto per *C R*, vel *C r*, violaceo omnium maxime per *C V*, vel *C u*, quæ fila, si & singula sola deferantur ad oculum, & satis vivida sint, excitant sensum sui coloris.

83. In quolibet filo, ut *C R*, manente eodem medio refringente, sinus anguli incidentiæ *D C H*, ad sinum anguli refracti *I C R* habet constantem rationem, ex. gr. in ingressu rubei fili e vacuo in aquam pluviam est proxime, ut 4 ad 3: semper autem in egressu ex eodem medio in vacuum sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti est in eadem illa ratione inversa ita, ut si eadem via regrediatur filum illud ad eandem superficiem, egredi debeat per eandem rectam, per quam devenerat. Inde facile eruitur, quo

minor

minor sit angulus incidentiæ $D\,C\,H$, eo fore minorem angulum refractum $I\,C\,R$, qui proinde in iisdem filis, & eodem medio refringente pendet ab inclinatione radii advenientis $D\,C$. At si e medio refringente deveniat ad vacuum, & sinus anguli incidentiæ $D\,C\,H$ sit ad radium in eadem ratione, in qua est sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti; jam angulus refractus evadit rectus, & filum in vacuum non transit, sed in omnibus majoribus inclinationibus ad $A\ C$ incipit reflecti in totum per $C\,F$. Ac proinde si superficies $A\ B$ inclinetur perpetuo ad radium $D\ C$ compositum ex omnibus filis primum omnium incipit reflecti in totum filum violaceum $C\,u$, reliquis adhuc ex aliqua parte transeuntibus: tum inclinatione aucta, reliqua fila paulatim & ipsa in totum reflecti incipiunt, nullo jam transmisso. Nam sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti in hoc casu in violaceo minimam rationem habet, adeoque in eo citius, quam in alio quovis angulus refractus evadit rectus.

84. Posito communi sinu incidentiæ; differentia sinuum anguli refracti in filo rubeo omnium minime refrangibili, a sinu violacei omnium maxime refrangibilis est $\frac{1}{27}$ differentiæ sinus anguli incidentiæ a sinu anguli refracti fili rubei ita, ut divisa differentia sinus incidentiæ fili rubei omnium minime refrangibilis in partes 27, earundem partium 28 sit differentia violaceorum maxime refrangibilium. Differentiæ autem sinus anguli refracti filorum positorum in confinio coloris Rubei & Aurei, Aurei & Flavi, Flavi & Viridis, Viridis & Cærulei, Cærulei & Indici, Indici & Violacei, a sinu anguli incidentiæ communis erunt partium $27\frac{1}{8}$, $27\frac{1}{5}$, $27\frac{1}{3}$, $27\frac{1}{2}$, $27\frac{2}{3}$, $27\frac{7}{9}$; ubi mira quædam habetur analogia luminis cum sono. Ex recta $A\ B$ in figura 7. abscindantur $A\ I$, $A\ H$, $A\ G$, $A\ F$, $A\ E$, $A\ D$, $A\ C$; quæ contineant ejusdem $A\ B$ $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$, exponent eædem chordas clavis, & toni, tertiæ minoris, quartæ, quintæ, sextæ majoris,

feptimæ, & octavæ fupra iftam clavim. At rectæ *C I*, *C H*, *C G*, *C F*, *C E*, *C D* continebunt $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$ ipfius *C B*. Quare exprimente *C B* differentiam finuum anguli refracti violaceorum maxime refrangibilium a rubeo, exprimunt *C D*, *C E* &c. differentias finuum fpectantium ad fila illa intermedia.

85. Jam quod attinet ad mutationem mediorum, alia magis, alia minus refringunt. Ceteris paribus denfiora magis, & ceteris paribus, quæ fulphurofa funt, & oleofa, pari etiam denfitate magis refringunt. Hinc fi ex eodem vacuo in eodem angulo idem coloratum filum ingrediatur diverfa media; in alio majorem, in alio minorem refractionem patietur.

86. Jam vero fi ex uno medio diaphano refringente tranfeat in aliud, refractio fit per acceffum ad perpendiculum, vel per receffum, prout e medio minus refringente tranfit in magis refringens, vel vice verfa: & omnia hic obtinent, quæ de tranfitu e vacuo in medium refringens, vel e medio refringente in vacuum dicta funt. Illud præterea notatum eft, fi per plura media fucceffive tranfeat filum quodcunque, ratio finus incidentiæ ad finum refractionis, quæ habetur, ubi immediate tranfit ex primo in ultimum, componitur ex omnibus intermediis rationibus, quæ habentur fucceffive in tranfitu illo per intermedia ita, ut fi fuperficiebus parallelis diftinguantur, idem filum, quod in dato quodam angulo incidit in primum, in eodem angulo ingrediatur poftremum medium, in quo ingrederetur, fi immediate in illud tranfiret.

87. Quotiefcunque in tranfitu ex uno medio in aliud feparantur colorata fila, fi fingula feorfim deferantur ad oculum, excitant femper ideam fui coloris. Si iterum quacunque ratione novis aut reflexionibus, aut refractionibus colligantur fimul omnia, vel commifceantur filis aliorum radiorum æqua portione, qua fuerant in radio albo ante feparationem, exhibent colorem album.

Si autem aliqua tantum uniantur, & unius coloris fila maxime præ-
valeant, ille color ad Senſum apparet. Ceterum in quacunque
portione uniantur, Newtonus hac conſtructione exhibet colo-
rem, qui inde oriri debeat, Opticæ lib. 1. parte 2. prop. 6. *Cen-
tro* O *ſemidiametro* O D, *deſcribatur in fig.* 8. *circulus* A D F,
diſtinguaturque circumferentia ipſius in 7 *partes* D E, E F, F G,
G A, A B, B C, C D, *quæ ſint proportionales tonis* 7 *muſi-
cis, ſive intervallis ſonorum octo illorum in octava* Sol, la, fa,
ſol, la, mi, fa, ſol; *hoc eſt, quæ ſint proportionales numeris* $\frac{1}{9}$,
$\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$. *Repræſentet prima pars* D E *colo-
rem rubeum, ſecunda* E F *aureum, tertia* F G *flavum, quarta*
G A *viridem, quinta* A B *cæruleum, ſexta* B C *indicum, ſepti-
ma* C D *violaceum . . . Porro ſit* p *centrum gravitatis arcus* D E,
& q, r, ſ, t, u, x, *centra gravitatis arcuum* E F, F G,
G A, A B, B C, & C D *comparate, & circa hæc centra de-
ſcribantur circuli, qui ſint comparate proportionales radiis ſingulorum
colorum in data mixtura, hoc eſt, circulus* p *proportionalis numero radiorum
rubeorum in data mixtura, circulus* q *proportionalis numero radio-
rum aureorum in eadem mixtura &c. Inveni deinde centrum gra-
vitatis commune omnium iſtorum circulorum* p, q, r, ſ, t, u,
x, *quod quidem centrum ſit* Z, *& per iſtud* Z, *a centro circuli*
A D F, *ducta ad circumferentiam linea recta* O Y, *locus puncti
iſtius* Y *in illa circumferentia oſtendet, quis naſciturus ſit color ex
compoſitione colorum omnium in data mixtura, & linea* O Z *erit
proportionalis largitati, ſive ſaturitati iſtius coloris.*

88. Hæc Newtonus, qui addit: *Verum id hic obſervan-
dum eſt, ſi punctum* Z *incidat in lineam* O D, *vel propius ab ea,
cum jam colorum ſimplicium præcipuus ſint rubeus, & violaceus,
colorem compoſitum non utique futurum ullius ex coloribus priſmate
exhibitis ſimilem, ſed purpureum-rubeſcentem, aut ad violaceum*

accedentem pro eo, ut punctum Z *ex hac, vel illa parte lineæ* D O *ad* E *vel* C *versus ceciderit, & in universum colorem violaceum compositum, quam simplicem, semper magis clarum esse, atque igneum.* Pariter affirmat, ex binis coloribus oppositis æquali portione commixtis se nunquam potuisse efficere colorem album, sed quendam evanidum innominatum, licet Z cadat in O: se nescire utrum ex tribus componi possit: non dubitare, quin possit ex 4, vel 5. Concludit autem, se hanc regulam satis accuratam existimare ad experimenta agenda, quamvis non sit Mathematice accurata. Porro hujus constructionis fundamenta, quæ potuerit habere Newtonus, nusquam vidimus. In secunda parte nos exhibebimus ea, quæ nobis quidem videntur ipsum Newtonum huc perduxisse, & proferemus quædam, quæ constructionis ejusdem correctionem aliquam requirere videri possint.

89. Ex hisce proprietatibus, quas protulimus, pendent universa & Optica, & Dioptrica, & Catoptrica, & pendent quæcunque vel ad colores exhibitos per prismata, vel ad Iridem pertinent, ut & alia plurima; nec aliud quidquam requirunt præter Geometriam, & calculum, quorum præsidio facile determinantur, quæ huc pertinent, in quibus hic nobis immorari non licet, ubique autem prostant saltem præcipua ex iis. Sunt aliæ proprietates, ex quibus pendent colores visi in tenuibus lamellis, & in bullulis aqueis, ut etiam colores corporum naturalium, quæ quidem multo difficiliores sunt explicatu, & quas Physici plerumque omittunt; sunt autem una e præcipuis partibus inventorum Newtoni, a quo exponuntur Opticæ parte 2. Sed circa has plures adhuc observationes diligenter instituendæ essent, ut quædam paulo certius innotescerent. Eas ipsis Newtoni verbis proponemus.

90. *Omnis radius luminis in transmissu suo per quamlibet superficiem refringentem, nanciscitur constitutionem quandam, seu dispositionem transitoriam, quæ in radii progressu æqualibus revertitur intervallis, efficitque, ut is in singulis dispositionis istius accessibus transmittatur facilius per superficiem refringentem proxime deinceps objectam; in singulis autem ejusdem intermissibus, sive intervallis reflectatur facilius ab ejusmodi superficie. Porro accessus, sive reversiones dispositionis istius, qua fit, ut quilibet radius facilius reflectatur,* appellat Newtonus, *ejus vices facilioris reflexionis, reversiones autem dispositionis istius, qua fit, ut idem facilius transmittatur ejus vices facilioris transmissus, & spatium, quod inter singulas ejusdem vicis reversiones intercedit, intervallum vicium.*

91. *In radiis cujusvis unius, & ejusdem generis emergentibus in quovis angulo e quavis refringente superficie in quodvis unum idemque medium, intervalla sequentium vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus sunt vel accurate, vel quamproxime, ut rectangulum secantis anguli refractionis, & secantis alius cujusdam anguli, cujus sinus videlicet sit prima ex* 106 *arithmeticis mediis proportionalibus inter sinus incidentiæ, & refractionis, incipiendo a sinu refractionis.*

92. *In radiis diversorum generum emergentibus in æqualibus angulis e quavis refringente superficie in unum, idemque medium, intervalla sequentium vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus sunt vel accurate, vel quamproxime, ut radices cubicæ quadratorum longitudinis chordæ, quæ sonent notas illas musicas in octava* Sol, la, fa, sol, la, mi, fa, sol, *una cum gradibus suis omnibus intermediis ad colores radiorum illorum respondentibus secundum eam similitudinem proportionum, quam in septimo experimento secundæ partis libri* 1. *exposuimus;* nimirum longitudinum *A B*, *A I*, quas nos hic supra exhibuimus iu fig. 7, ita ut *A B* respondeat intervallo

fili rubei minime omnium refrangibilis, & $A\ C$ intervallo violacei omnium maxime refrangibilis.

93. *Si radii unius cujusvis generis transeant in diversa media ad perpendiculum, intervalla vicium suarum facilioris reflexionis, & facilioris transmissus in quovis uno medio, erunt ad earundem intervalla in alio quovis medio, ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis radiorum transeuntium e primo duorum istorum mediorum in secundum.*

94. *Si radii, qui exhibent colorem in confinio flavi, atque aurei interjacentem, transeant ad perpendiculum, e quovis medio in aerem; intervalla vicium suarum facilioris reflexionis sunt* $\frac{1}{89000}$ *pars unciæ, & ejusdem quoque longitudinis sunt intervalla vicium suarum facilioris transmissus.*

95. Hæc præcipua sunt, quæ Newtonus ex observationibus censuit posse colligi, & ex his pendent omnia reliqua, quæ innuimus pertinentia ad colores tenuium lamellarum, & ad corporum colores tam variabiles, quam constantes. In hæc paulo diligentius inquiremus in secunda parte, ubi & vicium harum caussam investigabimus, & quæ inde deduci possint, persequemur.

96. Hic, quæ ad diffractionem, sive inflexiones spectant, supersunt, sed minus adhuc accurate determinatum est, secundum quas potissimum leges fiant inflexiones eædem. Hæc inter cetera nobis videntur magis certo deducta ex fimbriis, quæ apparent circa umbram tenuissimorum corpusculorum collocatorum in radio albo per exiguum foramen transmisso, vel in radiis coloratis post filorum separationem factam per prisma, aut ex iisdem fimbriis, quæ cernuntur in lumine transmisso inter laminarum, vel cultrorum acies. Radii in transitu prope corpora inflectuntur, aliis accedentibus ad ipsa, aliis recedentibus. Agunt ejusmodi corpora in radios aliquo interjecto intervallo, quod utique est majus $\frac{1}{800}$ parte unciæ. Agunt in fila minus refrangibi-

lia in majore diſtantia, quam in magis refrangibilia, & ejusdem generis radii, quo propius tranſeunt eo magis inflectuntur.

97. Newtonus ipſe teſtatur, ſe cum hujus generis obſervationes faceret, *ſtatuiſſe ſecum pleraſque majori cum accuratione iterare, aliaſque aliquas adjicere; quo id nimirum exploratum tandem haberemus, quem in modum, & qua ratione radii luminis inflectantur inter tranſeundum prope corporum omnium extrema . . . . Verum ab hiſce ſtudiis tum forte avocatus ſum*, inquit, *& non poſſum id nunc in animum meum inducere, ut ad ſtudia hæc intermiſſa iterum me referam.* Hæc ille: neq; poſt ipſum quiſquam, quod ſciamus, in hac inveſtigatione progreſſus eſt ultra eos fines, quos ipſe attigerat.

98. Hæ quidem ſunt generales proprietates luminis, quas lumen habet reſpectu omnium corporum fere easdem: & harum cauſas mechanicas in ſecunda parte diſſertationis perſequemur. Sunt aliæ fortaſſe multæ nondum detectæ, & minus late patentes, ut ſunt illæ, quas habet reſpectu chryſtalli Islandicæ. Eſt chryſtallus Islandica lapis pellucidus, & fiſſilis. Invenitur ea fere ſpecie, quæ eſt parallelepipedi obliqui terminati ſex faciebus parallelogrammis, & octo angulis. Quotieſcunque radius cujuſcunque coloris refringitur in una ex ejusmodi ſuperficiebus, ſemper dividitur in duas partes fere æque vividas. Una refringitur juxta ſolitas leges, & ſinus incidentiæ eſt ad ſinum anguli refracti, ut 5 ad 3 proxime; altera refringitur ita, ut a prima recedat ſemper per intervallum in data diſtantia a ſuperficie refringente datum, quod ad ipſam diſtantiam ſit quamproxime, ut tangens anguli gr. 6. 40. ad radium: ipſum autem intervallum jacet reſpectu radii refracti lege uſitata ſemper in eadem directione, in qua jacet planum ductum per angulum ſolidum maximum e quatuor pertinentibus ad ſuperficiem refringentem, & tranſiens per latus commune reliquorum ſuorum angulorum eundem angulum ſolidum

conſtituentium, ac per perpendiculum ex eodem angulo demiſſum in ſuperficiem oppoſitam, & dirigitur in eam plagam, quæ tendit a perpendiculo ipſo ad illud commune latus reliquorum angulorum.

99. Porro qui radius ſemel in prima ſuperficie habuit refractionem uſitatam, vel inuſitatam, non ſolum in ſecunda ſuperficie refringitur ſecundum uſitatam, vel inuſitatam totus, & indiviſus, ſed in omnibus aliis, ſi ſucceſſive applicentur ſitu parallelo quotcunque fruſta ejuſdem chryſtalli; dummodo plana perpendicularis refractionis unius fruſti ſint parallella planis alterius. Sed ſi plana illa unius jaceant ad angulos rectos cum planis alterius, permutantur vices, & radius in primo refractus lege uſitata refringitur inuſitata in ſecundo, & vice verſa. Quod ſi ejusmodi plana oblique jaceant, ſinguli radii iterum dividuntur in duos, alterum uſitata, alterum inuſitata lege refractum. Innuemus etiam de harum proprietatum cauſis nonnulla. Sed jam nos ipſæ cauſæ ad ſeſe vocant.



PARS

PARS SECUNDA.

I.

In prima parte hujus Dissertationis ante hos aliquot dies publice propugnata in Seminario Romano proposuimus præcipuas quasque luminis proprietates, & in ea quidem, quæ ad propagationem directam pertinent, paulo etiam diligentius inquisivimus, reliqua, in quibus de refractione, reflexione, diffractione agebatur, enumeravimus tantum, ut & miram illam chrystalli Islandicæ refractionem attigimus. Hic earum omnium proprietatum causas mechanicas, ut ibidem promisimus, persequemur.

2. Verum antequam ad ipsas luminis proprietates deveniamus; exponenda est in hoc ipso limine aliquanto diligentius nostra quædam theoria virium in natura existentium, ex quibus nos quidem universam mechanicam derivamus, & omnes corporum omnium tam generales, quam particulares mechanicas proprietates ita pendere arbitramur; ut pleræque nullo sane negotio explicentur, & principiis quibusdam propositis sponte fluant. Eam tribus ab hinc annis adumbravimus tantummodo in Dissertatione de viribus vivis, quæ iterum superiore anno Bononiæ prodiit in tertia parte secundi tomi Actorum ejus Academiæ; multo autem fusius una cum præcipuis mechanicæ fundamentis vel ad eam confirmandam necessariis, vel ex ea deductis proponemus brevi, & ut hic ad luminis proprietates, ita ibi ad alia sane multa applicabimus, & multo latius extendemus.

3. Ut autem theoria ipsa unico quodam velut conspectu facilius intelligatur; primum præcipua ejus capita percurremus,

tanquam hypothesim quandam: tum illa ipsa fundamenta indicabimus, ex quibus eadem, quantum in re physico-mathematica licet, positive & directe ex simplicissimis, & jam communissime admissis principiis deducantur.

4. In primis omnia materiæ puncta concipimus prorsus homogenea, & prædita viribus quibusdam, quæ ipsa determinent ad accedendum ad se invicem, vel recedendum a se invicem pro diversa distantia eorundem, sive ad producendam in iis velocitatem secundum directionem, quæ ipsa conjungit, vel secundum oppositam, quas vires dicimus in primo casu attractivas, & in secundo repulsivas.

5. Porro hujusmodi virium legem exprimimus per curvam regularem, cujus abscissæ exprimant distantias binorum punctorum, & ordinatæ vires repulsivas, vel attractivas, prout jacuerint ad unam, vel ad aliam axis partem. Formam curvæ exhibet figura 1: ejus axis est $X2AX$, abscissæ Ap, Aq, Ae, Ag, exprimunt distantias binorum punctorum a se invicem, ordinatæ pP, qQ, eE, gG perpendiculares axi exprimunt vires iisdem distantiis debitas, pP, & gG sursum directæ repulsivas, qQ, eE directæ deorsum attractivas.

6. Hujus curvæ tota natura, atque indoles satis determinari non potest, nisi perspecta universa omnium corporum natura. Interea circa ipsam hæc determinamus. Primo in A debet habere asymptotum bAB parallelum ordinatis, & proinde perpendicularem axi. Ad hanc asymptotum debent hinc inde accedere ultra quoscunque limites bina crura DC tendentia ad partes repulsivas, & similia prorsus & æqualia, & area $BADC$ clausa axe, asymptoto, & crure asymptotico debet esse infinita. Secundo crura ipsa CD post concursum cum axe alicubi in D, $D2$ debent progredi ultra axem, tum ad ipsum regredi, & pluribus

vicibus ipſum ſecare ſinuando ſe hinc inde, ita tamen, ut bini rami hinc inde ab aſymptoto bAB ſint prorſus ſimiles & æquales, ac perpetuo recedant ab aſymptoto eadem ita, ut ſingulis abſciſſis ſingulæ tantum ordinatæ reſpondeant. Tertio puncta $DFHKM$ interſectionum cum axe debent eſſe plurima, & arcus iis intercepti debent habere plurimas admodum inter ſe diverſas poſitiones, ſecando axem in admodum diverſis angulis, & ad admodum diverſas diſtantias ab axe recedendo, quem poſſunt etiam alicubi contingere quocunque contactus genere. Quarto in exiguis diſtantiis multo plures & majores debent eſſe mutationes: in majoribus autem diſtantiis, in quibus a ſe invicem planetæ diſtant, ut in arcu RSZ, debet ex parte attractionum, curva induere formam proximam hyperbolæ habentis pro aſymptotis rectas bA, AX, in qua ordinatæ rR, sS ſint in ratione reciproca duplicata diſtantiarum Ar, As. In maximis autem diſtantiis, quales ſunt Fixarum a nobis, & a ſe invicem diſtantiæ, poteſt iterum ſecare axem in punctis quotcunque. Porro facile determinari poteſt æquatio quædam generalis, quæ his omnibus, & plurimis aliis conditionibus ſatisfaciat, & adhuc curvam indeterminatam relinquat.

7. Hac curvæ forma dicimus explicari optime omnes generales mechanicas corporum proprietates, & plurimas e particularibus, quin immo cenſemus omnes prorſus hinc tantum pendere. Admodum autem facile hinc determinamus formam & immutabilitatem primorum materiæ elementorum, explicamus mobilitatem, impenetrabilitatem, & extenſionem corporum, æqualitatem actionis, & reactionis, ex qua pendet colliſio corporum, actiones mutuas particularum materiæ in minimis diſtantiis tam multas, & tam varias, ac gravitatem ſolam in majoribus proportionalem maſſis, in quas gravitatur directe, & quadratis diſtantiarum reciproce, cohæſionem partium, ſoliditatem, & fluiditatem, elaſticitatem & mollitiem,

densitatem, & raritatem, atque alia sexcenta, & inter ea omnes lucis proprietates, qui est præcipuus scopus hujus partis dissertationis.

8. Nam in primis oportet prima materiæ elementa esse puncta indivisibilia, & inextensa; nec ullam esse utcunque exiguam materiæ particulam perfecte solidam, & omnino continuam. Si enim aliqua esset ejusmodi particula; jam partes contiguæ, ob vim repulsivam, distantia illa minima *D A* in infinitum imminuta, auctam in infinitum, a se invicem recederent, & ex ipsa hypothesi partium contiguarum, contiguitas ipsa destrueretur. Distant igitur necessario a se invicem omnes particulæ materiæ utcunque exiguæ, & prima ipsius materiæ elementa partes sibi contiguas non habent, ex quibus coalescant, sed sunt puncta indivisibilia, & inextensa a se invicem per aliquod intervallum disjuncta, quæ deinde quomodo inter se cohæreant, & ad efformandas corporum particulas coalescant, paulo inferius patebit.

9. Hujusmodi puncta nullam habere poterunt mutationem; cum partes non habeant, ex quibus componantur, & ex quarum dispositione mutata mutentur; virium autem legem eandem semper retineant. Quare multo magis immutabilia erunt hujusmodi prima corporum elementa, quam ea, quæ vel Atomistæ, vel Newtonus admisit, perfecte solida, & continua, ac insecabilia idcirco, quia attractio sit maxima in contactu, & eorum partes in totis superficiebus continuis se contingant. Hinc ex eorum combinatione multo clarius consequetur constans, & permanens ordo phænomenorum, & textura corporum.

10. Jam vero *mobilitas* corporum statim eruitur ex mobilitate singulorum punctorum, quæ a viribus illis vel repulsivis, vel attractivis ad motum determinantur, pro diversa distantia diversum. *Impenetrabilitas* eruitur ex forma asymptotica rami postremi *D P C*. Nam facile ex principiis mechanicæ demonstratur,

quacunque velocitate utcunque magna bina puncta ad se invicem accedant, vires illas repulsivas auctas ultra quoscunque limites, si area $B\,A\,p\,P$ est infinita, debere eandem extinguere, antequam puncta ipsa in se irruant, & distantia evadat nulla. Quare ad hoc, ut puncta illa compenetrentur, sive idem spatii punctum occupent, infinita vi opus erit, quam solus Deus potest exerere, adeoque ipse solus poterit corpora compenetrare.

11. In hac tamen theoria impenetrabilitas ex alio etiam capite deducitur. Nam in quovis corpore numerus punctorum materiæ erit finitus. Hinc in quavis superficie numerus punctorum materiæ respectu numeri punctorum superficiei ipsius, sive spatii, per quod puncta transire debent, erit minor in ea ratione, quam habet finitus numerus vel unitas ad infinitum secundi ordinis. Quare seclusis etiam viribus repulsivis, si corpus unum per aliud transmitteretur; numerus casuum, in quibus intra datum tempus bina puncta sibi occurrerent, & in eodem spatii puncto essent simul, ad numerum casuum, in quibus nulla concurrerent, esset ut unitas ad infinitum; immo facile demonstratur fore adhuc, ut est unitas ad infinitum secundi ordinis. Quare nullus deberet contingere casus intra finitum tempus, immo ne intra infinitum quidem, in quo bina materiæ puncta ad idem spatii punctum devenirent. Possent quidem apparenter compenetrari corpora; sed realis compenetratio non haberetur. Apparens compenetratio in eo consisteret, quod alterius puncta transirent per alterius interstitia ordine punctorum utriusque nihil mutato. Id autem ipsum plerumque impedit aggregatum virium, quod in binis corporibus oritur ex numero & dispositione punctorum utriuslibet, ut paulo infra innuemus. Hinc nos per parietem transire non possumus, & transitus ejusmodi requireret, vel ut virium actiones suspenderentur, vel ut in nobis immensa quædam velocitas produ-

ceretur, quæ ſubtraheret tempus actioni virium, quorum utrumque requirit Auctorem naturæ facientem contra ejusdem naturæ leges. At ſi tanta ſit alterius corporis tenuitas, ac talis punctorum diſpoſitio; ut dum illa per interſtitia tranſeunt, vires circumquaque ſint ad ſenſum æquales; habebitur hæc apparens compenetratio ſine ulla compenetratione reali. Sic, ut infra dicemus, radii luminis per vitrum, & per adamantem etiam liberrime progrediuntur. Aliquando autem attractio ex ſumma virium reſultans id efficit, ut unum corpus intra aliud ſe admodum facile inſinuet. Sic oleum per duriſſima etiam marmora inſinuat ſeſe, & intra ipſa ſerpit.

12. *Extenſio* ex eodem fonte derivatur. Quoniam inter bina quævis puncta intervallum aliquod interjacere debet; omnino neceſſarium eſt, ut puncta omnia corpus conſtituentia occupent ſpatium extenſum. Hic autem diſtinguendum erit inter extenſionem mathematice continuam, & phyſice continuam. Extenſio mathematice continua eſt illa, in qua interruptiones habentur omnino nullæ: extenſio phyſice continua eſt illa, in qua habentur quidem intervalla; ſed ita exigua ſunt, ut nullo ſenſu percipi poſſint. Primam Geometræ in ſpatio concipiunt, & phyſici plerumque in minimis ſaltem corporum elementis. Secunda habetur in corporibus contextis ex particulis ad aliquam diſtantiam a ſe invicem collocatis. Sic vitrum, aut adamas ſunt corpora phyſice continua, & eorum ſuperficies phyſice continuæ; licet immenſa in iis adſit ubique interſtitiorum copia, per quæ radii libere permeant quaquaverſus.

13. Extenſionem mathematice continuam nos in corporibus nuſquam admittimus, ne in minimis quidem eorundem particulis, cum admittamus puncta prorſus indiviſibilia diſperſa per ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum; ſed ubique

admittimus extenſionem tantum phyſice continuam. Continuum autem mathematicum reale admittimus in motibus tantum, imaginarium autem in ſpatio, & tempore. Hinc materiæ diviſibilitatem in infinitum non admittimus, nec quidquam contra noſtram ſententiam pugnant geometrica argumenta, quæ omnia innituntur extenſioni mathematice continuæ. Nam ſi aliqua materiæ maſſa habeat per longitudinem diſpoſita, exempli gratia, puncta 11; poterit quidem longitudo illa eadem ſecari in partes, quot libuerit. Sed ubi ſectionum & partium numerus excreverit; jam non ipſa materia ſecabitur, ſed ſpatiola omni materia carentia. Si ea puncta diſtiterint ad æqualia intervalla; habebuntur 10 intervalla terminata iis 11 punctis. Si biſſecetur illa longitudo; ſectio tranſibit per ipſum intermedium punctum, quod non ſecabitur, ſed erit in ipſa linea ſecante, quinque intervallis remanentibus utrinque in ſingulis ſegmentis. Si ſingula ſegmenta ſecentur iterum in partes quinas; lineæ 8 ſecantes ea bina ſegmenta tranſibunt ſingulæ per ſingula ex reliquis 8 punctis. Sectiones ulteriores per nullum punctum tranſibunt. Segmenta 20 terminabuntur punctis materiæ; cum nimirum ſingula puncta intermedia terminent bina ſegmenta hinc inde, extrema autem puncta ſingula unicum; reliqua omnia ſegmenta nullum materiæ punctum continebunt, nullo terminabuntur. Si alia ratione inſtitueretur diviſio, puncta poſſent ſingula ſingulis ſegmentis contineri, ita ut undecim tantum ejusmodi ſegmenta continerent aliquid materiæ, reliquis purum ſpatium imaginarium continentibus.

14. Hinc diviſibilitatem in infinitum in Geometria demonſtratam habebit non materia realis, ſed ſpatium imaginarium; quæ ſpatii diviſibilitas nihil erit aliud, niſi poſſibilitas aliorum punctorum, inter puncta realia interſerendorum. Numerus punctorum actu exiſtens ſemper erit finitus; ſed is augeri poterit ultra

quoſcunque limites ita, ut nullus ſit numerus eorundem utcunque magnus, quo adhuc major haberi non poſſit, & intra eosdem limites collocari. Hoc pacto plurimæ etiam ex difficultatibus, quæ occurrunt circa continuum, penitus evaneſcunt; ſed in hoc argumento, in quo ſpatii idea continetur, ad metaphyſicam potius pertinente, hic immorari diutius non libet.

15. *Æqualitas actionis, & reactionis* manifeſto deducitur ex eo, quod ſingulæ vires producent ſemper motus æquales, & contrarios, in binis punctis ſecundum directionem, quæ ipſa conjungit, vel ſecundum oppoſitam. Hi motus producti, ſi ad quamcunque aliam directionem reducantur; ſemper manebunt contrarii, & æquales. Hinc, ubi duæ maſſæ in ſe invicem agent, ſemper quantitas motus ſecundum directionem quamcunque producta in altera, erit æqualis quantitati in altera productæ ſecundum oppoſitam; in quo ſita eſt ipſa æqualitas actionis, & reactionis, per quam leges colliſionis corporum determinatæ jam olim fuerunt a Valliſio, Hugenio, & Wrenno. Inde autem etiam illud manifeſto conſequitur, centrum commune gravitatis illarum maſſarum, quin immo etiam maſſarum quotcunque, non mutare ſtatum ſuum ex actione mutua maſſarum earundem. Satis eſt ad id demonſtrandum illud theorema, quod ex idea centri gravitatis communis ſponte fluit: diſtantiam centri gravitatis communis punctorum quotcunque a plano quocunque ultra ipſa poſito ſecundum directionem quamcunque multiplicatam per numerum punctorum æquari ſummæ diſtantiarum punctorum eorundem ab eodem plano ſecundum directionem eandem. Nam donec ſingulæ vires agent æque ſecundum directiones oppoſitas in bina puncta; quantum punctum quodcunque ex actione cujuscunque vis accedet ad planum quodcunque, vel ab eo recedet; tantundem contra ex eadem actione recedet vel accedet alterum punctum. Quare ſumma

ma

ma diſtantiarum omnium punctorum, adeoque & diſtantia centri gravitatis communis erit eadem, quæ eſſet, ſi vires illæ non egiſſent. Quod cum contingat reſpectu plani cujuslibet, & cujuslibet directionis, oportet locus centri gravitatis ſit idem, vel vires illæ mutuæ agant, vel non agant.

16. Videmus in minimis diſtantiis particularum corporum a ſe invicem vires admodum diverſas, quibus aliæ ſe mutuo attrahunt, aliæ repellunt, & ſunt, quæ ex una parte ſe attrahunt, ex alia repellunt, quæ quidem, quo particulæ, & particularum diſtantiæ minores ſunt, eo plures, & magis inter ſe diverſæ ſunt. Eædem in chymicis effectibus ſe maxime produnt, eædem in generatione omnium corporum, & in nutritione, ac vegetatione in primis manifeſto patent; ubi aliæ ſucci aut ſanguinis partes per alias valvulas transmittuntur, & aliis partibus adhærent. Ad paulo majora intervalla vis agit electrica, & magnetica, & effectus ſingularum ſunt paulo minus difformes. At in majoribus diſtantiis deprehenditur ſola gravitas penitus uniformis reſpondens ad ſenſum maſſis directe, & quadrato diſtantiarum reciproce. Hoc tantum diſcrimen in noſtra theoria eſt evidentiſſime prorſus neceſſarium. Id quidem paulo fuſiorem tractationem requireret; adhuc tamen ſic facile utcunque intelligetur. Coaleſcat quædam particula ex binis punctis inter ſe eam diſtantiam habentibus, quæ in fig. 1. eſt recta $p\,q$. Si hæc agat in tertium punctum, actio componetur ex actione utriusque conjuncta. Porro lex, quæ orietur ex hac actione conjuncta, erit admodum diverſa ab ea lege, qua ſingula puncta agunt. Nam ſi tertium illud punctum ſit in A, repelletur a puncto p, vi $p\,P$, & attrahetur a puncto q, vi $q\,Q$. Quare actio conjuncta, ſi illæ æquales fuerint, erit nulla, ſi inæquales, erit attractiva, vel repulſiva, prout altera prævaleat. Concipiatur jam $p\,q$ motu continuo excurrere ab A verſus X, ut

diſtantia puncti A a duobus punctis augeatur: binæ vires $p\ P$, $q\ Q$ jam ſe mutuo deſtruent, aut ſaltem minuent, jam in unam majorem coaleſcent, & ſi ex puncto p erigeretur ſemper ordinata reſpondens earundem ſummæ, vel differentiæ, ſatis patet, curvam genitam hoc pacto fore admodum diverſam a prima curva pertinente ad unicum punctum; & quidem in iis diſtantiis, ubi curva prima ſinuatur circa axem plurimis vicibus, mutata nec ita multum diſtantia $p\ q$, curva genita mutabitur plurimum. At ubi intervallum illud devenerit ad ingentem illam diſtantiam rami NRZ in rs, ſive ipſa $r\ s$ ſit major, ſive minor, dummodo ſit exigua reſpectu diſtantiæ ab A, ambæ $r\ R$, $s\ S$ erunt vires attractivæ, & fere æquales, cum ſint ad ſe invicem ut quadrata $A\ s$, $A\ r$, ac proinde proxime in ratione æqualitatis.

17. Hinc etiam ubi bina puncta combinantur, ex ſola diverſa diſtantia eorundem inter ſe, naſcentur pro exiguis diſtantiis vires admodum diverſæ etiam in ea recta, quæ puncta conjungit. Mirum autem quam diverſæ leges proveniant in aliis directionibus. Admodum facile demonſtratur ſæpiſſime in eadem diſtantia in una directione exurgere attractionem, dum in alia habetur repulſio. At diverſitas multo magis augebitur, ſi ex pluribus punctis componatur particula. Admodum enim facile demonſtratur ex ſola diſpoſitionis mutatione oriri incredibilem ſane varietatem legis virium, quæ dato numero punctorum, & eorum diſpoſitione, ac data lege ad unicum punctum pertinente, ſemper analytice, ac geometrice determinari poteſt. Et adhuc multo majus diſcrimen habebitur, ubi particula ex multis punctis conſtans agat non in punctum unicum, ſed in aliam particulam conſtantem ex multis punctis. Poterit ſane, immo neceſſario debebit haberi ex diverſa diſpoſitione punctorum componentium particulas totum il-

lud diſcrimen, quod in tam variis diverſorum corporum particulis obſervamus.

18. At in majoribus illis diſtantiis ſemper omnes ordinatæ $r\,R$, $s\,S$ erunt ad ſenſum æquales. Quare binæ particulæ exiguæ reſpectu earundem diſtantiarum nullas alias habebunt vires præter attractionem reſpondentem omnibus illis ordinatis $r\,R$, $s\,S$, quæ in ſingulis punctis primæ particulæ tendent verſus ſecundam, & erunt proportionales ſimul directe numero punctorum ſecundæ, & reciproce quadrato diſtantiæ earundem particularum a ſe invicem. Ut contra in minimis diſtantiis ſemper habebitur vis repulſiva aucta in infinitum, imminutis diſtantiis ipſis. Quare utcunque mutato textu particularum, habebitur ſemper impenetrabilitas ſe prodens in diſtantiis minimis, & gravitas in omni materia uniformis, quæ ſola deprehenditur in majoribus diſtantiis, reſpondens directe maſſæ, in quam gravitatur, & reciproce quadrato diſtantiæ: at in exiguis diſtantiis immenſum erit virium diſcrimen particulis aliis ſe attrahentibus, aliis repellentibus in eadem diſtantia, & quidem ſecundum alias facies ſe attrahentibus, ſecundum alias ſe repellentibus ſecundum leges admodum diverſas, prorſus ut in natura obſervamus: quæ quidem omnium corporum homogeneitas in ordine ad impenetrabilitatem, & gravitatem, ac tanta Heterogeneitas in ordine ad alias vires pertinentes ad exiguas diſtantias, hanc noſtram theoriam mirum in modum confirmat.

19. Et hic quidem duo breviter notanda ſunt. Primo gravitatem non eſſe accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſed proxime; cum noſtra curva non ſit illa ipſa Hyperbola, ſed ad arcum ejus Hyperbolæ plurimum accedat circa NZ, a qua deinde in minoribus diſtantiis plurimum recedit. Id autem optime congruit cum nuperrimo invento ſummi Geometræ Clerautii, qui theoriam lunæ, diu fruſtra immediato calculo tentatam,

eidem demum fubjeciffe dicitur (neque enim adhuc ejus differtationem vidimus) & inveniffe, gravitatem lunæ in terram recedere nonnihil a ratione reciproca duplicata diftantiarum, & id ipfum definiviffe ex motu apfidum diverfo ab eo, quem ratio reciproca duplicata requireret. Lunæ autem diftantia a terra eft multo minor, quam fint primariorum planetarum diftantiæ a fole, in quibus ea lex multo accuratius obtinet. Secundo curva, ut in minoribus diftantiis ab ea Hyperbola recedit, ita recedet etiam in maximis, in quibus a fe invicem diftant Fixæ; unde facile apparet, cur eædem vi mutuæ gravitatis in fe non irruant. Nam in iis diftantiis vires alicubi evanefcunt, & iterum etiam in repulfivas abeunt, ex quo oriri facile poteft æquilibrium quoddam, vel exiguus motus hinc inde circa limites illos, in quibus ab attractione tranfitur ad repulfionem, vel viceverfa; & poteft univerfa hæc Fixarum congeries, quam videmus, coalefcere in unum eodem pacto, quo jam videbimus ex punctis componi particulas primi ordinis, ex his particulas majores fecundi ordinis, & ita porro, donec ad noftra hæc corpora deveniatur, repetita cohæfione partium non ab attractione maxima in contactu, fed a limitibus inter attractionem, & repulfionem.

20. *Cohæfionem partium* Newtonus defumpfit a vi attractiva in ipfo contactu maxima: nos contactum excludimus, & in minimis diftantiis repulfionem admittimus: nihilo tamen minus cohæfionis explicatio multo etiam felicior nobis provenit, & cum phænomenis magis etiam confentiens. Ut ea facilius intelligatur, confideranda funt puncta illa $DFHKM$, in quibus curva axem fecat. Ea puncta dicimus limites attractionis, & repulfionis, in quibus nimirum tranfitur ab altera ex iis ad alteram. Eorum limitum duo funt genera. In aliis enim, ut in D, H, M, aucta diftantia, tranfitur a repulfione ad attractionem, in aliis ut F, K,

contra ab attractione ad repulsionem. In utrovis limitum genere vis nulla eſt. Quare ſi altero puncto collocato in A, alterum ſit in quovis ex iis limitibus, nec aliæ vires in ea puncta agant, perſtabunt immota in eadem illa diſtantia. Sed ſi ſint in primo limitum genere, ut in D, utcunque parum imminuta diſtantia, ſtatim habetur repulſio $p\,P$, eadem utcunque aucta, ſtatim habetur attractio $q\,Q$; prorſus ut in lamina elaſtica plicata, ubi in quadam diſtantia ejus vertices nec ſentiunt vim eos a ſe invicem repellentem, nec attrahentem; at ſi ad ſe invicem adducantur magis, ſtatim habetur vis repellens, ſi abducantur, habetur vis attrahens, ſive vis eos ad ſe invicem adducens. At ſi puncta ſint in ſecundo genere limitum, ut in F, utcunque parum ad ſe invicem adducantur, habetur attractio, ſi reducantur, repulſio.

21. Hinc primum limitum genus ita tuentur illa puncta, ut ſi inde removeantur, diſtantia vel imminuta, vel aucta, ſtatim ulteriori remotioni reſiſtant, & ſibi relicta ad priorem diſtantiam recuperandam retro curſum reflectant. At ſi vel minima vi impreſſa a ſecundo limitum genere removeantur, ſtatim ſponte ab eodem recedunt magis, motu ſemper accelerato per attractionem, ubi diſtantia minuitur, per repulſionem, ubi eadem augetur, donec iis proximum limitem primi generis transgreſſis, mutetur attractio in repulſionem, vel repulſio in attractionem, & motus retardetur, ac etiam plerumque ſiſtatur, & retro reflectatur, ut paulo infra pluribus exponemus. Quare primum genus limitum, dicimus *limites cohæſionis*, ſecundum *limites non cohæſionis.*

22. Si bina puncta ſint in limitibus *cohæſionis*, ut in diſtantia $A\,D$, ſtatim patet debere conſequi omnia phænomena, quæ obſervamus in cohæſione partium. Nimirum ſi quis punctum D impellat directione $D\,A$, tempore utcunque parvo poſt impulſum, diſtantia punctorum imminuta, jam aget repulſio, & ipſum etiam

punctum A promovebitur: at ſi punctum D trahatur ad partes oppoſitas, ſtatim etiam A ipſum ſequetur, aucta enim diſtantia, vis attractiva aget. Porro cohæſio ipſa erit validior, ſeu languidior, prout arcus CDQ, fuerit magis, vel minus obliquus ad axem, & magis, vel minus ab eodem receſſerit hinc inde circa punctum D. Si enim utrinque ſtatim longiſſime receſſerit utcunque, ſumantur exiguæ Dp, Dq, vires pP, qQ erunt maximæ: ac proinde maximis viribus adhibitis, diſtantia minuetur, vel augebitur per intervallum prorſus minimum. At ſi arcus ille ſit valde obliquus, ipſæ pP, qQ erunt exiguæ, & nullo negotio diſtantiæ mutabuntur. Poterunt autem aliqui limites remotiores eſſe multo validiores propioribus, vel viceverſa; adeoque poterit multo major denſitas componi cum multo minus valida cohæſione, & multo faciliori diſſolutione, & viceverſa. Hinc autem optime & illud phænomenon explicatur, quod in aqua cernimus, quæ ingenti etiam vi adhibita, nec comprimitur, nec dilatatur ad ſenſum; ſed vi multo maxima, qualem particulæ igneæ ſe intra aquæ particulas inſinuantes exercent, diſſolvitur in vapores, vi repulſiva maxima recedentes a ſe invicem. Si enim in quadam diſtantia AD ſit validiſſima cohæſio, tum poſt intervallum DF non ita magnum ſuccedat arcui attractivo DEF, arcus repulſivus maximus FGH, adhibitis ſatis magnis viribus, diſtantia AD non mutabitur ad ſenſum. At ſi multo major vis vincat omnes attractiones qQ uſque ad maximam eE, victis multo facilius reliquis uſque ad F, removebit puncta ad diſtantiam AF, in qua jam vi repulſiva mutua, & validiſſima fugiant a ſe invicem ſponte ſua.

23. In particulis ex majore numero punctorum conſtantibus orientur quidam limites compoſiti ex actionibus omnium punctorum ſimul conjunctis, ubi ſatis vaſtus patet analyſi, & Geometriæ exercendæ campus, per quem nobis hic liberius vagari non

licet: licebit autem alibi. Hujusmodi limites determinabunt positionem punctorum in minimis quibusdam distantiis a se invicem componentium particulas primi ordinis. Hæ particulæ conjunctis omnium punctorum viribus agent in alias ordinis ejusdem, & jam multæ harum ad distantias majores, sed adhuc admodum exiguas respectu nostrorum corporum positæ, in aliis similibus limitibus component particulam secundi ordinis, & ita porro, donec ad hæc ipsa corpora deveniatur. Intra singulas particulas superiorum ordinum motus etiam exigui habebuntur, & curvæ etiam fortasse describentur aliquæ, quarum vis centrifuga conjuncta cum reliquis viribus ad æquilibrium conducat: sed singulæ particulæ ordinis inferioris componentes particulam ordinis superioris arcebunt per vires repulsivas validas circa illos limites, particulas alias ordinis sui, & impedient eum accessum, qui ordinem, ac motus intra ipsam exercitos perturbaret plus æquo. Eodem fortasse pacto, nostrorum corporum congeries terram componit, ac congeries similes componunt planetas singulos & solem, ac cometas. Planetæ omnes & cometæ nostrum systema, Fixæ omnes cum suis peculiaribus systematis massam quandam majorem componunt simili ratione in æquilibrio positam.

24. Ubi corporis cohæsio disrumpitur, censent communiter removeri a contactu particulas; nos censemus removeri a limitibus cohæsionis. Ubi corpus disruptum est, si iterum binæ illæ superficies admoveantur, cohæsio non redit. Id communiter censetur accedere idcirco, quia particulæ aliquæ exiguo numero prominentes deveniunt ad contactum ante alias, & impediunt ulteriorem progressum reliquarum; unde exiguum contactuum numerum sequitur exigua vis attractiva: nos censemus particulas aliquas exiguo numero prominentes transire limites pristinos, & jam devenire ad distantiam validissimæ repulsionis, ante

quam reliquæ fere omnes priſtinos limites recuperarint, & idcirco cohæſionem haberi inſenſibilem. Complanatis ſuperficiebus, & appreſſis, cohæſio nova acquiritur, ut in binis laminis vel hemiſphæriis, major, quam a preſſione aeris oriri poſſit, & quæ etiam in Boyliana machina perſeverat. Id alii tribuunt ingenti contactuum numero ſimul reſtituto: nos ingenti numero limitum *cohæſionis* ſimul recuperato. Ex his omnibus patet, nihil eſſe, quod ad cohæſionem pertinet, quod in hac theoria multo facilius non expediatur. Sunt alia quædam, in quibus ea reliquis plurimum præſtat; ſed hic in iis diutius immorari non licet.

25. Cohæſioni affinis eſt *Soliditas*, atque *Fluiditas*. Ut innuamus, quædam pauca ad eas pertinentia; ſint in fig. 2. bina puncta A B poſita in limitibus cohæſionis ſatis validæ, quæ conjunctim agant in punctum I. Ducantur rectæ AI, BI, quæ transferantur in axem figuræ primæ in Au, At, eriganturque ordinatæ uV, tT: tum ſumatur in fig. 2. IE ad partes A, vel Ie ad partes oppoſitas æqualis primæ, prout eadem exprimet vim attractivam, vel repulſivam, & eodem modo ID, vel Id æqualis ſecundæ: & completo parallelogrammo $EIDG$, vel $EIds$, vel $dIeg$, vel $eIDS$, diameter IG, vel Is, vel Ig, vel IS exprimet & directionem, & quantitatem vis compoſitæ, qua bina puncta A B conjunctim agunt in I.

26. Ut ſimpliciſſimi caſus elegantiſſima confectaria contemplemur, ſit in fig. 1. H limes *cohæſionis*, & circa ipſum ſint arcus bini HT, HV prorſus ſimiles & æquales, ut ſumptis Ht, Hu ad partes oppoſitas æqualibus, ſint tT, uV ordinatæ oppoſitæ æquales. In figura autem 2. ſecta bifariam AB in C, ſumantur in eadem producta CH, Cb æquales ipſi AH fig. 1, & focis A, B axe tranſverſo Hb ſit ellipſis $HNbn$ occurrens in N, n rectæ perpendiculari axi tranſverſo ductæ per C. Erit C centrum

trum ejus ellipſeos, axis conjugatus $N n$, cujus vertices a focis A, B diſtabunt per intervalla æqualia ſemiaxi tranſverſo $C H$, & ſi jaceat I in perimetro ejus Ellipſeos, rectæ $A I$, $B I$ ſimul æquabuntur axi tranſverſo $H b$; ac proinde quantum altera ſemiaxem $C H$ ſuperabit, tantundem altera ab eodem deficiet; angulos autem $A I d$, $B I e$ bifariam ſecabit tangens. Hæc omnia ex primis ipſis conicorum elementis patent.

27. Sit punctum I in H, vel h. Quoniam rectæ $A H$, $B H$ æque differunt a $C H$, etiam in fig. 1. abſciſſæ $A u$, $A t$ æquæ different ab $A H$; & proinde ordinatæ $u V$, $t T$ æquales erunt, & contrariæ. Quare in fig. 2. punctum poſitum in H erit in æquilibrio cum punctis A, & B, attractione deſtruente repulſionem, & eadem eſt demonſtratio pro h. Erit igitur H limes quidam. Si autem punctum I ſit in N vel n, diſtantiæ $A N$, $B N$ figuræ 2. evadunt æquales ſemiaxi $C H$ ejusdem, adeoque rectæ $A H$ figuræ 1., ubi vis omnis evaneſcit. Quare in N pariter habetur limes quidam, evaneſcente tam attractione, quam repulſione, & eadem eſt demonſtratio pro n. Ubicunque autem ſit I in perimetro extra vertices axium, cum rectæ $A I$, $B I$ æque differant a $C H$, etiam in fig. 1. abſciſſæ $A u$, $A t$, æque differentab $A H$, & ordinatæ $u V$, $t T$ erunt æquales, & contrariæ; cumque ſit H in fig. 1. limes *cohæſionis*, pertinebit attractio $u V$ ad majorem diſtantiam $A u$, & repulſio $t T$ ad minorem. Hinc in fig. 2. ſi A jaceat extra quadrantem $N C H$, & I in arcu $N H$, in quo caſu erit $A I$ major, quam $B I$, binæ vires erunt attractio $I E$, & repulſio $I d$ æquales inter ſe. Quare $E I d s$ erit rhombus, cujus diameter $I s$ ſecans bifariam angulum $E I d$, & proinde jacens in directione tangentis verſus N exprimet vim compoſitam.

28. Hinc autem eruitur hoc theorema. *Punctum poſitum in utrolibet vertice axis utriuslibet erit in limite attractionis, & re-*

pulsionis. Sed positum ubicunque in perimetro ejus Ellipseos habebit vim, quæ ipsum urgeat secundum directionem perimetri ipsius, versus verticem proximum axis conjugati. Porro hic mira quædam habetur analogia inter hos limites $H\ N\ b\ n$, & illos in fig. 1. $F H K M$. Nam hic in fig. 2. limites $N\ n$ sunt limites *cohæsionis*, ut ibi H, M, & hic H, b limites *non cohæsionis*, ut ibi F, K. Si enim punctum I utralibet ex parte removeatur ab N, statim versus ipsum punctum urgetur: at si utcunque parum removeatur ab H, ipsum statim deserit, cum semper urgeatur ad partes ipsi oppositas. Ut ibi in F, & H nulla est vis, sed ea ab F ad H perpetuo crescit primum, tum decrescit; sic eadem hic in H & N nulla est, ab H autem ad N perpetuo crescit primum, tum decrescit, & in distantia infinite parva ab H est infinite parva ob angulum $E\ I\ D$, adeoque $I\ E\ s$ infinite parvum, in distantia vero infinite parva ab N ob latera $I\ E$, $I\ d$ infinite parva; nam in fig. 1. accedunt puncta t, u ad H ultra quoscunque limites, & decrescunt ordinatæ in infinitum. Ut ibi se bina limitum genera alternatim excipiunt; ita & hic, & ut ibi transgresso quovis limite, vis mutat directionem; ita pariter eandem & hic mutat.

29. Nec tamen hic sistit analogia. Si esset $C\ H$ fig. 2. æqualis potius rectæ $A\ K$ fig. 1., ubi, aucta distantia, habetur repulsio, & imminuta eadem, attractio, tunc in fig. 2. vires exprimerentur per $I\ D$, $I\ e$, & vis composita urgeret punctum I per $I\ S$ tangentem quidem ellipseos, sed jacentem versus verticem axis transversi. Quare si assumptis $C\ F$, $C\ H$, $C\ K$, $C\ M$, æqualibus rectis fig. 1. $A\ F$, $A\ H$, $A\ K$, $A\ M$, fiant ellipses $L\ F$, $N\ H$, $R\ K$, $P\ M$, in iis habebuntur alternatim contrario modo dispositi limites *cohæsionis*, & *non cohæsionis.* In perimetro primæ, & tertiæ erunt limites *cohæsionis* in verticibus axis

tranſverſi, in perimetro ſecundæ, & quartæ erunt contra in verticibus axis conjugati, & vires in alternis ellipſibus dirigentur ſemper in partem contrariam. Ac proinde ut contraria eſt natura alternorum limitum in fig. 1., ita in fig. 2. omnia contrario modo accidunt in alternis perimetris Ellipſium, quæ per easdem determinantur.

30. Sed eſt, quo analogia ipſa progrediatur ulterius. Si punctum *I* jaceat ultra, vel citra perimetrum *H N b n* determinatam per limitem *cohæſionis* fig. 1., ſtatim vis compoſita dirigitur verſus ipſam perimetrum: nam in primo caſu *A I*, *B I* ſimul ſuperant duplam *C H*, adeoque in fig. 1. *A t*, *A u*, ſuperant duplam *A H*; & proinde *t*, ſi eſt adhuc citra *H*, eſt ipſi propius quam *u*, & ſi *I* non ita parum diſtet a perimetro, cadet etiam ipſum *t* ultra *H*: adeoque vel repulſio *t T* erit minor attractione *u V*, vel utraque jam evadet atractio. Quare in figura 2. vel *I d* eſt minor *I E*, vel etiam abit in *I D*. Adeoque vis *I s* ſtatim introrſum flectitur, vel etiam abit in *I G*. In ſecundo vero caſu, in quo, puncto *I* introrſum recedente a perimetro, evadit attractio minor repulſione, vel etiam in repulſionem convertitur, vis compoſita extrorſum dirigitur verſus perimetrum. Contrarium accidit in perimetro *K R k r*. Ibi ſi punctum recedat extrorſum, prævalet repulſio, ſi introrſum, prævalet attractio. Quare in utroque caſu eam perimetrum nititur id punctum deſerere.

31. Jam vero en hic aliam limitum quorundam ſeriem. Si integræ perimetri inter ſe comparentur, & intervalla iis incluſa, perimetri ipſæ ſunt quidam quaſi limites, quia punctum in quavis ex iis poſitum non tendit extra ipſam. Sed ſi quidquam exeat ex ea perimetro, quam determinat aliquis limes *cohæſionis* fig. 1.,

eodem regredi conatur; si vero exeat ex ea, quam determinat limes *non cohæsionis*, eandem nititur deferere. Et hæc, quæ de perimetris dicta sunt, locum habent in superficiebus sphæroidum genitarum revolutione facta circa axes transversos. Innumera sane alia notatu dignissima superessent; sed non est hic eorum locus.

32. Illa omittenda non sunt. I. Si in fig. 1. arcus $H\,T$, $H\,V$ sint inæquales, alias curvas provenire loco Ellipsium, quæ datis iis arcubus determinari possunt per methodum tangentium inversam. II. Patere hic, quo pacto posset punctum sine ulla impulsione in spatio prorsus libero viribus attractivis & repulsivis agi in latus, & determinari ad describendos quosdam curvos arcus. Datis viribus possunt quæri arcus ipsi, vel iis datis, quæri vires: ubi exercendæ Analysi, & Geometriæ campus occurrit sane patentissimus. In casu nostro vis quidem dirigeretur secundum ipsam Ellipseos perimetrum initio motus, sed ex Ellipsi egrederetur punctum nonnihil ob vim centrifugam, cui si æqualis esset excessus aliquis attractionis puncti remotioris A supra repulsionem propioris B, tunc in ipso Ellipseos arcu moveretur punctum, & oscillaret circa N vel n, vel si vehementius impelleretur, gyraret per totam perimetrum motu accelerato, vel retardato per vices. Dato autem impulsu, facile definitur ille attractionis excessus necessarius ad describendam accurate Ellipsim. III. Hæc omnia, quæ ad motum puncti pertinent, procedere in hypothesi, quod puncta A, & B quiescant. Sed vere ipsa etiam interea loco movebuntur ob attractionem alterius, & alterius repulsionem, quæ nova conditio motum etiam tertii puncti immutat. IV. Ceteris paribus hunc motum in latus puncti I fore eo majorem, quo ipsum punctum I erit propius punctis A, B, & minorem, quo remotius; quia in primo casu angulus $A\,I\,B$ major erit. In distantiis autem maximis is angulus ad sensum evanescet. Quare & om-

nis impulsus in latus erit insensibilis, & solum vires erunt sensibiles, ubi vel coalescent attractiones, aut repulsiones, vel altera alteram multum excedet, quo casu vis composita dirigetur per rectam vel secantem angulum *A I B*, vel parum admodum ab eo recedentem, puncto fere recta tendente ad puncta *A*, *B*, vel ipsa fugiente per vim fere æqualem differentiæ virium. Contra licet *I* magis distet, poterit in recta *A B* haberi magna verticitas circa medium *C*, si nimirum alterum attrahatur, & alterum repellatur satis valide. Demum illud maxime considerandum: si tantam theorematum & problematum segetem, tantam casuum varietatem offert simplicissimus casus trium punctorum, quid censendum de casibus occurrentibus in libera dispositione immensi illius punctorum numeri, ex quo constat mira hæc Universi compages? Quem ejusmodi dispositio Divinum Geometram postulabat?

33. Sed ut ad ***Soliditatem*** deveniamus, satis facile colligitur ex dictis, si in fig. 2. circa *N* ponantur bina alia puncta in eadem distantia, in qua sunt *A* & *B* a se invicem, utrumque debere ita urgeri versus *N* utrinque æqualiter, ut debeant eam positionem tueri, & solum nonnihil ad se invicem accedere, ut vis repulsiva mutua elidat illum accedendi conatum, quod ipsum in punctis *A* & *B* continget. Ex ea positione non nisi vi aliqua adhibita deturbari poterunt illa quatuor puncta, & si deturbentur, ad eandem recuperandam tendent. Si jam in figura 3. ejusmodi dispositionem habeant multa paria punctorum *A B*, *C D*, *E F*, immo potius quaterna puncta in parallelepipedum disposita, ea fibram rigidam constituent, quæ non nisi vi adhibita flecti poterit, & ad eam flectendam major vel minor requiretur vis, prout magis vel minus validus erit limes ille fig. 2. in *N*. Ex hujusmodi, vel alia aliqua plurimorum punctorum dispositione se in latus etiam urgentium constabunt profecto massæ nostris solidis corporibus simillimæ.

34. Atque hic obiter illud notandum, hinc ſponte fluere demonſtrationem methodi a Chriſtiano Hugenio adhibitæ ad determinandum centrum oſcillationis. Ipſe aſſumſit hoc principium. Ubi multa pondera connexa per virgam inflexibilem devenerunt ad poſitionem verticalem, debere in aſcenſu centrum gravitatis omnium ſimul aſcendere, quo aſcenderet, ſi diſſoluto vinculo ſuam ſingula puncta oſcillationem perficerent. Quoniam ſupra demonſtratum eſt centrum commune gravitatis non mutare ſtatum ſuum ex actionibus mutuis punctorum, & hic rigiditas virgæ unice provenit ab actione mutua, patet centri gravitatis viam fore eandem, ubicunque ceſſent omnes illæ mutuæ actiones, ex quibus pendet rigiditas. Multa alia ex iisdem principiis ſponte fluunt, quæ pertinent ad deſcenſum per plana inclinata, vel per curvas, multa quæ ad univerſam mechanicam pertinent; ſed in his nunc immorari non licet.

35. *Fluiditatem* multo facilius expediemus. Si in figura 4. particula conſtet punctis æque circumquaque diſpoſitis in unicam ſuperficiem ſphæricam, vel in plures concentricas ad intervalla ſatis exigua, ſed æqualia, agent hujusmodi particulæ quaquaverſus ad ſenſum æqualiter. Quare facillime aliæ circa alias revolventur, & fluidum quoddam conſtituent. Si particulæ hujuſmodi per vim contineantur in diſtantiis minoribus, quam ſint limites *cohæſionis*, & arcus repulſionis eum limitem præcedens ſit ſatis amplus, fluidum erit elaſticum, & perpetuo conabuntur ejus partes recedere a ſe invicem. At ſi fuerint in ſatis valido limite, poterit nullam admittere ſenſibilem aut condenſationem, aut rarefactionem, magna etiam vi adhibita, ut ſupra diximus de aqua. Motus fluidi erit facilis ob revolutionem aliarum particularum circa alias, in qua ſi aliquæ recedent ab aliis paulo magis,

accedent ſimul ad alias, & attractiones, ac repulſiones ſe mutuo compenſabunt.

36. Quod ſi ex una centri parte multo major ſit punctorum copia, & diverſa ſint intervalla, jam hujuſmodi particula non easdem vires exercebit circumquaque in punctum in eadem etiam diſtantia poſitum, ſed ut ſatis patet, poterit ex uno latere haberi vel repulſio, vel attractio multo major, quam ex alio, & ex uno repulſio, ex alio attractio. In rectis omnibus e centro particulæ egreſſis poterunt eſſe leges virium prorſus diverſæ, quæ in eo caſu exprimi non poterunt per unicam curvam omnibus directionibus communem, ſed nec per loca ad ſuperficies, ſive per binas, vel ternas indeterminatas, ſed requirentur quatuor indeterminatæ ad ejuſmodi leges exhibendas. Sed hæc alibi fuſius. Hujuſmodi particulæ certas facies ſibi obvertent, & verticitatem quandam habebunt, in qua pariter ſui quidam limites eſſe poterunt, quæ eſſet alia ratio explicandi ſoliditatem.

37. Si ingens caloris vis cogat particulas ad motum celerem in Ellipſi figuræ ſecundæ, ſeu ad ſatis magnas oſcillationes, vel motu ſphæricarum etiam particularum quocunque ipſas particulas e limitibus illis deturbet, poterit ſolidum liquefieri, quod ſi magis homogeneum ſit, ut cera, & metalla, ceſſante illa agitatione, redibit ad ſuam ſoliditatem; ſed ſi conſtet ex partibus magis heterogeneis, ut lapides, vel ligna, diſſolutis quibusdam particulis, quæ alias hinc inde connectebant, & avolantibus, reliquæ ſibi relictæ, nec jam ſe immediate attrahentes, ac repellentes, ut prius ab iis, quæ avolarunt, attrahebantur, atque repellebantur, remanebunt diſſolutæ in cinerem, vel calcem.

38. Ad exponendum diſcrimen inter corpora *Elaſtica*, & *Mollia* ſola fig. 1. abunde eſt. Si bina puncta ſint in limite $A\ H$, circa quem bini arcus $H\ G\ F$, $H\ I\ K$ ſint ſatis ampli, intervallis

H F, *H K* ſatis magnis, habebitur effectus elaſticitatis. Licet enim illa puncta multum ad ſe invicem accedant, vel multum a ſe invicem recedant, adhuc in primo caſu erunt ſub arcu repulſionis, & in ſecundo attractionis; ac proinde conabuntur ſe iterum in priorem locum reſtituere, eritque elaſticitas major, vel minor, prout arcus illi longius ab axe receſſerint, vel ad ipſum propius acceſſerint. At ſi alicubi plurimi limites ſint ſatis proximi, puncta, quæ in diſtantia *A M* erant in limite *cohæſionis*, poſt exiguam compreſſionem devenient ad proxime ſequentem limitem *cohæſionis*, vel duos aut plures limites tranſilient, & erunt in alio aliquo limite *cohæſionis* in *H* vel *D*, ubi adhuc quieſcent, nec priores diſtantias recuperabunt.

39. Hinc demum & illud patet quid *Raritas* ſit, quid *Denſitas*; cum illa conſiſtat in majoribus intervallis, adeoque minore punctorum numero, hæc in intervallis minoribus, & numero punctorum majore in eadem mole. Atque hic illud etiam accidit ſane commodum, quod in hac ſententia denſitas poteſt augeri in infinitum, ut raritas; intervalla enim inter puncta inextenſa poſſunt minui in quavis ratione data, ut poſſunt augeri, & cum puncta nullum ſpatium continuum occupent, imminutis in infinitum intervallis, minuetur in infinitum & moles. At in communi ceterorum ſententia, ubi partes ad contactum devenerint, omnis compreſſio ulterior ceſſat, & denſitas finem habet.

40. Plurima alia proferri poſſent ex eadem admodum ſimplici theoria deducta, ſed hæc ipſa tanti ponderis ſunt, ut ſi nihil aliud, niſi hypotheſim arbitrariam proferremus, maximam ipſi ex tanto conſenſu auctoritatem conciliarent; ac proinde tuto eandem ad explicandas cauſas mechanicas proprietatum luminis adhiberemus. Verum non deſunt directæ, & ſatis validæ probationes, quæ ipſam evincant, ad quam nos non quidam innovandi ardor,

ardor, ſed ipſa naturæ conſideratio nihil tale cogitantes deduxit. Ea tamen hic innuemus tantum, alibi multo fuſius explicaturi.

41. Tota poſitiva & directa probatio hujus theoriæ innititur huic principio: *In Natura nihil fieri per ſaltum*, ſive quod idem eſt, *quæcunque quantitas augeatur, vel minuatur, eam ab una magnitudine nunquam tranſire ad aliam ſine tranſitu per intermedias*. Sic arbor ex. gratia, non tranſit ab altitudine palmorum 6 ad altitudinem palmorum 12, quin aliquando tranſeat per altitudines omnes intermedias palmorum 7, 8, 9 &c. Hoc principium paſſim jam admittitur, & ampliſſima inductione comprobatur, in qua hic nobis immorari non licet. Hinc autem neceſſario conſequitur, *nullam velocitatem momento temporis tranſire in aliam, quin tranſeat per intermedias*; nam velocitas ipſa eſt quædam quantitas, quæ augeri poteſt, aut minui. Hoc etiam confectarium paſſim admittitur, & idcirco a gravitate motum perpetuo accelerari admittunt Mechanici, qui ſcalam velocitatum per curvas continuas exponunt: & iidem jam paſſim corpora penitus dura e natura eliminanda cenſent, quorum bina ſi ſibi occurrerent, celeritas in utroque, momento temporis, extingueretur tota, & iis ſubſtituunt elaſtica, vel mollia, quorum partes dum introcedunt, velocitas ipſorum paulatim, & per gradus continuos immutatur.

42. At hinc nos deducimus *in omni colliſione corporum, velocitatis mutationem incipere, antequam ſuperficies ad contactum deveniant*. Si enim bina corpora æqualia ſibi mutuo occurrerent cum gradibus velocitatis, ex. gr. 6, & velocitates ante contactum non mutarentur, eodem momento temporis, quo ſe contingerent, illæ ſuperficies amitterent totum motum; nam ſi utraque progrederetur, velocitate non mutata, compenetrari omnino deberent. Quare tranſirent a velocitate ut 6 ad velocitatem nullam ſine tranſitu per intermedias velocitates. Pariter ſi corpo-

ra duo in eandem plagam ferrentur velocitatibus 12, & 6 ex. gr., & id, quod celerius movetur, in alterum impingeret velocitatibus non mutatis, primæ illæ ſuperficies, quæ ſe contingunt, momento temporis, deberent ita mutare celeritates, ut ſequens non ſuperaret antecedentem; nam aliter deberent compenetrari. Id omnino fieri non poteſt, niſi ad ſummum, ſi ad æqualitatem reducantur, & tranſeant a prioribus velocitatibus ad aliquam intermediam, ut graduum 9, quod ſine ſaltu intermedios gradus prætereunte fieri non poteſt. Elaſticitas, & Mollities ſaltum impediunt in integrorum corporum velocitatibus, eundem in velocitatibus primarum particularum ſolidarum, ſi quæ ſunt, vel ſaltem primarum ſuperficierum, in quarum contactu ſe proderet impenetrabilitas, evitare non poſſunt. Mutantur igitur velocitates ante contactum.

43. Hinc infertur: *in minimis diſtantiis corporum agere vires aliquas repulſivas.* Nam mutatio velocitatis non fit ſine aliqua cauſa: ea quæcunque ſit, dicitur *vis.* Quoniam autem ea ita agit, ut minuat differentiam velocitatum, ſive acceſſum reſpectivum binorum corporum, ac proinde corpora a ſe invicem removet, erit vis ejus generis, quam diximus repulſivam.

44. *Ea vis imminutis diſtantiis in infinitum, ita augetur in infinitum, ut bina corpora nunquam ad contactum mathematicum deveniant.* Nam debet eſſe par extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ, ne ſi quod velocitatum diſcrimen ſuperſit in ipſo contactu, id mutetur per ſaltum. Porro deveniant, ſi fieri poteſt, uno in caſu bina corpora ad contactum, & in ipſo contactu deſinat extingui velocitatum diſcrimen. Si in alio caſu diſcrimen velocitatum ſit majus, ut ſi ſibi occurrerent cum velocitatibus contrariis majoribus, deveniretur ad contactum ante totum diſcrimen extinctum. Vis enim eadem in corpora celerius ad ſe invi-

cem accedentia in secundo casu breviori tempore ageret, quam in primo, adeoque minus velocitatis extingueret. In nullo igitur casu ad contactum mathematicum devenitur, & utcunque magna sit velocitas accedendi ad se invicem, tota extinguitur ante ejusmodi contactum, quod fieri non potest, nisi ubi velocitas major extinguenda est, deveniatur ad intervalla minora, in quibus vis repulsiva sit major.

45. *Hæc vis in majoribus distantiis est attractiva.* Id patet tum ex generali gravitate Newtoniana, quæ in ingentibus intervallis satis ex Astronomia constat, sed etiam in minoribus intervallis patet ex cohæsione partium; si enim vis ubique esset repulsiva, omnes particulæ materiæ a se invicem recederent in infinitum, & si vis omnis cessaret, saltem a se invicem facillime divellerentur.

46. *Datur aliquis limes inter attractionem, & repulsionem, & cohærentia partium consistit in ejusmodi limite.* Nam a vi repulsiva in majoribus distantiis imminuta ad attractivam non transitur nisi per vim nullam; cum quantitates decrescentes ex positivis in negativas non transeant, nisi transeundo per nihilum. Quoniam autem ubi particulæ ad componendum corpus coalescunt, non deveniunt ad contactum, adeoque per aliquod intervallum distant, non possunt aliter cohærere, nisi per hoc, quod sint in limitibus attractionis, & repulsionis. Aliter enim sponte ad se accederent magis, vel recederent magis, vel saltem majori accessui, vel recessui non resisterent, ut ex ipsa cohæsionis notione resistunt.

47. *Hi limites sunt multi.* Nam videmus corpora plurima ut ceram, argillam &c. comprimi, & post varias compressiones adhuc retinere æquilibrium partium. Quare in pluribus diversis distantiis a se invicem inveniunt limites.

48. *Vires in distantiis majoribus, in quibus planetæ distant, sunt attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum.* Patet ex Astronomia mechanica Newtoniana.

49. Hisce propositionibus continetur tota forma curvæ expositæ num. 6, quam exhibet fig. 1. Vis repulsiva ante impactum corporum necessaria ad extinguendum quodcunque discrimen velocitatum determinat formam cruris asymptotici DC, & quidem talem, ut area $BADC$, a qua in mechanica pendet quadratum velocitatis genitæ in intervallo AD, vel extinctæ in intervallo DA, sit infinita. Multitudo limitum determinat frequentem illum recursum curvæ ad axem, & cum singulis distantiis singulæ vires respondere debeant vel attractivæ, vel repulsivæ, curva debet ab asymptoto recedere perpetuo, ut singulis axis punctis singulæ tantum ordinatæ respondeant. Ingentem varietatem arcuum limitibus interceptorum determinat ingens illud discrimen, quod videmus inter vires diversarum particularum, ex quibus tam diversa corpora efformantur, & tantum discrimen in cohæsionis vi, ac in aliis ejusmodi formam arcus $NRSZ$ accedente in distantia, in qua planetæ a se invicem distant, ad formam Hyberbolæ gradus tertii determinat gravitas mutua, quam Newtonus invenit decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum, & recessum ingentem ab eadem in minoribus, & majoribus distantiis, determinant tam multæ, tam diversæ vires, quas videmus in distantiis minoribus, & constans ad sensum Fixarum positio ad se invicem, & ad nos.

50. Determinata hac lege virium in accessu unius particulæ corporis ad aliam, & causa cohæsionis, quæ consistit in limite inter vires attractivas, & repulsivas, analogia, & simplicitas naturæ extendit eam legem ad omnia puncta materiæ. Nam si puncta materiæ essent prorsus inertia, & nullis hujusmodi viribus prædita,

ex pura eorum conjunctione nulla vis oriretur. Quare si una particula respectu alterius habet hujusmodi vim, habebit quodlibet punctum unius respectu cujuslibet puncti alterius vim aliquam, & ex viribus conjunctis exorietur vis totius particulæ. At si materia homogenea est, punctum existens in una particula habebit respectu punctorum existentium in eadem easdem vires, quas respectu punctorum existentium in altera. Quare singulis punctis materiæ respectu singulorum aliorum communis quædam lex est tribuenda.

51. Accedit, quod homogeneitatem in omnibus particulis satis confirmat, gravitas in omnibus corporibus habentibus majores illas distantias prorsus homogenea. Nam si singulæ particulæ singulas haberent diversas virium leges, ex diversa earundem combinatione profecto deberet haberi admodum diversa gravitatis lex, quæ certe mutatis multum intervallis, non posset in adeo diverso diversorum corporum textu manere constanter eadem, nisi illud eveniret, ut leges ipsæ primitivæ virium in minoribus distantiis essent admodum diversæ, & in majoribus consentirent, quod esset analogiæ cuidam contrarium. Sunt igitur etiam in minimis distantiis primitivæ leges prorsus similes, & discrimen a diversa dispositione oritur. Porro cum sint homogeneæ particulæ aliquæ primæ, ipsa homogeneitas punctis ipsis potissimum tribuenda est, quod magis cum analogia cohæret. Ea autem puncta, ob vim in minimis distantiis repulsivam oportebit, sint omnino aliquo intervallo disjuncta, & partes prorsus mathematice continuæ nullæ erunt.

52. Sed pro extendenda vi hujusmodi ad ipsa puncta, est & aliud multo gravius argumentum ex analogia naturæ petitum. Si enim aliquæ essent primæ particulæ perfecte solidæ, & ex aliis partibus constantes, jam cohæsio partium earundem illas compo-

nentium explicari deberet, vel per attractionem maximam in contactu, vel quovis alio modo diverso ab eo, quo particulæ corpus constituentes cohærent, quarum cohærentia oritur ex eo, quod sint in iis limitibus. At juxta analogiam quoties possunt similes effectus explicari per similes causas, omnino debent, nisi quid obstet. Accedit quod impenetrabilitas, & extensio harum particularum pariter explicari deberent longe alio modo, quam in corporibus, quæ ab iis componuntur, quod est pariter contra analogiam.

53. Hoc pacto extenduntur hujusmodi vires ad ipsa puncta. Hac autem extensione posita, vires ipsæ circumquaque circa punctum debent esse eædem in iisdem distantiis, cum punctum ipsum non habeat diversa latera, a quorum diversitate lex virium diversa inducatur. Quare ramo *CDE* debet respondere ramus curvæ *C2 D2 E2* oppositus prorsus similis, & æqualis. Atque hoc pacto quidquid de curvæ natura diximus, positivo, & directo argumento, &, nisi graviter hallucinamur, satis valido comprobatur.

54. Duæ potissimæ difficultates objici possunt contra hujusmodi theoriam; testimonium sensuum, quod videtur contrarium, & actio puncti in punctum distans, quæ videtur consequi. At illud evidens est, sensus non de mathematico continuo, aut contactu, in quibus intervallum est nullum, sed de physico, ubi intervallum non cadit sub sensus, testimonium præbere, quorum secundum nos etiam admittimus, qui primum negamus. Actio autem puncti in punctum distans, omnino non sequitur. Si punctorum ejusmodi sit natura, ut ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant, pro diversa distantia, aget punctum quodlibet in se ipsum, & aliud punctum quodcunque erit solum occasio, quæ determinabit quantitatem vis, & directionem. Natura puncti cujuslibet requiret motum quendam determinatum sub conditione

determinatæ cujuſdam poſitionis alterius puncti, qua poſita purificatur conditio. Id ipſum Peripatetici dicunt de gravitate in ſingulis corporibus producente motum verſus terræ centrum, cujus centri poſitio reſpectu corporis ipſius determinat directionem motus. Eadem autem illa natura requiret alium motum compoſitum ex pluribus, ubi puncta plura cum diverſis poſitionibus adſint. Hoc ſane pacto omnis actio phyſica in diſtans evitatur, & actio corporis in corpus, ubi ejus motum immutat, non erit actio phyſica, ſed dicetur actio, quatenus mutando poſitionem reſpectu illius, determinat conditionem illam, qua determinata, illud alterum corpus in ſe ipſum agit. Ii, quibus hujuſmodi actiones corporum etiam in ſe ipſa non placent, repetant cauſam a libera Conditoris voluntate, hanc potiſſimum virium, & motuum legem in ipſo mundi exordio determinantis. Repetat quicunque undecunque velit. Nobis illud eſt ſatis, quod & hujuſmodi vires exiſtere poſitive probemus, & tam multa, tam varia naturæ phænomena ex iis directa ratiocinatione deducamus. Idem ſane de ipſa impenetrabilitate in contactu dicendum erit. Quod enim corpus ita ſpatium occupet, ut omne aliud corpus ab eodem ſpatio excludat, idipſum vel a natura corporis repetendum erit, vel a libera Conditoris lege: & quidquid aliud reponatur, huc tandem devenire oportebit. Illud unum maxime notandum: donec in naturæ phænomena inquiſitum eſt per impulſum immediatum in contactu, nulli ſane progreſſus ſunt habiti, quod infelix vorticum exitus in cauſa gravitatis, & planetarum motu explicando abunde comprobat. Præcipua duo noſtræ ætatis inventa ſunt profecto ea, quæ circa lumen, & colores, ac circa planetarum motus a gravitate pendentes determinavit Newtonus. At in iis ſecluſo impulſu, vires conſideravit a diſtantia ſola pendentes. Sed ea omnia, & univerſam hanc theoriam noſtram multo diligentius excolemus,

& propugnabimus brevi longiore opere, in quo & totam infiniteſimorum theoriam a ſola excluſione ſaltus pendere oſtendemus, & præcipua mechanicæ elementa proferemus nova methodo demonſtrata. Interea hic ex eadem theoria lucis proprietates derivabimus, ut initio promiſimus.

55. Hic autem ſe ſtatim offert prima lucis emiſſio. Hæc in ea ſententia, quam etiam in prima parte hujus Diſſertationis innuimus peculiarem quandam videtur habere difficultatem. Putamus enim lumen nec conſiſtere in preſſione quadam, qualem admiſit Carteſius, nec in undis in quodam fluido excitatis, uti putavit Hugenius, ſed in effluvio tenuiſſimo, quod e corpore luminoſo perpetuo emittitur, & cum tanta illa velocitate progreditur. Jam vero non ſtatim illud facile patet, qui fieri poſſit, ut tantus particularum numerus cum ea celeritate erumpat ex. gr. e ſole, qua ſingulis ſecundis horariis percurrat plura quam 180 millia milliariorum, dum reliqua Solis maſſa omnis ſibi cohæret, & non diſrumpitur.

56. Verum, quæ ad hanc difficultatem diſſolvendam conducerent, jam olim Newtonus propoſuit in Optica quæſtione ultima, ubi ſimul nobis theoriæ hujus noſtræ univerſæ occaſionem dedit. In ea ipſe vires in aliis diſtantiis attractivas, in aliis repulſivas fuſe perſequitur, & ex ipſis lucis proprietatibus deducit. Sic autem habet 10 circiter paginis ante finem: *Quandoquidem metalla in acidis diſſoluta parvam ſolummodo acidi portionem ad ſe attrahunt, liquet eorum vim attrahentem nonniſi ad parva circum intervalla pertingere. Et ſicuti in Algebra, ubi quantitates affirmativæ evaneſcunt, & deſinunt, ibi negativæ incipiunt, ita in Mechanicis ubi attractio deſinit, ibi vis repellens ſuccedere debet. Talis autem vis aliqua ut ſit, conſequi videtur ex reflexionibus, & inflexionibus radiorum lucis. Nam in utroque horum caſuum repelluntur radii a corpo-*

ribus

ribus ſine immediato contactu corporis reflectentis vel inflectentis. Videtur etiam conſequi ex emiſſione luminis. Nam radius ſimul ac e lucente corpore per vibrantem partium ipſius motum excuſſus ſit, & e ſphæra attractionis ejus evaſit, ingenti admodum velocitate propellitur: etenim eadem vis, quæ in reflexione ad radium repellendum valet, poſſit etiam ad eundem emittendum valere: quibus addit vaporum generationem factam per vim ex attractiva tranſeuntem in repulſivam.

57. Hic quidem omnino videre eſt veſtigia quædam, & prima veluti ſemina theoriæ noſtræ; cum nimirum habeantur vires in aliis diſtantiis attractivæ, in aliis repulſivæ, ac limites quidam inter utrasque, & habeatur earundem mutatio derivata a mutatione quantitatum poſitivarum in negativas in Algebra, quod idem eſt, ac in Geometria ordinatarum pertinentium ad curvas continuas tranſeuntium ex una directione in aliam oppoſitam. Hiſce ipſis inſiſtentes veſtigiis in ejus curvæ formam, quæ vires haſce exprimeret, inquirendum cenſuimus, ubi illud inopinato nobis contigit, ut dum eum maxime ſectaremur, nec ſingula inter ſe apte poſſemus connectere, nec ulterius progredi, niſi nonnihil ab ipſo ejus itinere declinaremus. Cum enim ipſe & attractionem maximam in contactu poſuerit, ex qua cohæſionem partium derivarit, & primas corporum particulas admiſerit perfecte duras ac ſolidas, ſoliditatem ipſam, duritiem, impenetrabilitatem, extenſionem, atque alia id genus conſideravit tanquam primas quasdam materiæ proprietates a ſe mutuo, & ab uno communi principio non pendentes, & iis actuoſa quædam principia adjecit, quæ motum particularum, & tam varia naturæ phænomena generarent, quorum principiorum tria ſelegit, gravitatem, cauſam fermentationis, cauſam cohæſionis partium, quas tanquam omnino generales motuum cauſas propoſuit, licet nec earum ipſarum cauſam explicet,

nec mutuum earum inter se nexum, nec a communi aliquo principio derivationem ostendat, nec vero illud satis exponat, quo pacto possint ex iis & præcipuæ corporum proprietates, & potiora quædam naturæ phænomena explicari.

58. Nobis vero admittentibus in minimis punctorum distantiis repulsionem potius, quam attractionem, eamque positivo argumento probantibus ex exclusione saltus, sive ex lege continuitatis, quam in omni motu, & mutatione quantitatum admittunt recentiores passim, & quam inductio admodum ampla confirmat, tum reliqua omnia, tum illa ipsa tria principia gravitatis, cohæsionis, fermentationis ab unico tantum principio profluunt, in quo majorem sane successum habuisse videri possumus eo, quem ipse maxime desiderandum censuit, ubi adjecit: *Ex phænomenis naturæ duo, vel tria derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemadmodum proprietates, & actiones rerum corporearum omnium ex principiis istis consequantur; id vero magnus esset factus in Philosophia progressus, etiamsi principiorum istorum causæ nondum essent cognitæ.* Unicum enim principium ex naturæ phænomenis derivavimus, ex quo tam multa, quæ ad corporum proprietates pertinent explicavimus cum aliquo successu, cum quo sane reliqua etiam omnia explicari posse, nobis est omnino persuasum. Et quidem duo ex tribus illis generalibus Newtoni principiis, *Cohæsio*, & *Gravitas*, explicata jam sunt; *Fermentationem* autem una cum ipsa luminis emissione, quæ ex intestino motu vehementiore luminosorum corporum oritur, hic explicabimus.

59. Sint in fig. 1. duo puncta alterum in A, alterum in limite *non cohæsionis* in F, ex qua distantia removeatur punctum F vi utcunque parva, qua distrahatur ab A. Statim vi repulsiva agente per intervallum FH, recedet motu accelerato usque ad H, tum vi in attractivam versa, retardabitur motus per inter-

vallum $H K$, & si area $H I K$ fuerit satis ampla, extinguetur tota illa velocitas ante appulsum ad K. Eadem extincta, recessus mutabitur in accessum, & motus per eosdem gradus accelerabitur usque ad H, tum retardabitur usque ad F, & jam in F habebitur eadem velocitas versus A, quæ prius habebatur ad partes oppositas. Ea velocitas vi attractiva per $F D$ augebitur usque ad D, tum vi repulsiva per $D A$ minuetur primum, ac extinguetur, deinde in oppositam mutabitur, & punctum per eosdem gradus retro reflexum oscillabitur intra quosdam limites, quæ oscillatio communis erit utrique puncto: ac si puncta illa ipsa sint unica in immenso vacuo, accedent ad se invicem, ac recedent perpetuo velocitatibus jam auctis, jam imminutis semper per eosdem gradus.

60. Si punctum ex F cum multo majore velocitate impulsum esset, vel area $H I K$, a qua pendet quadratum velocitatis acquisitæ, vel amissæ per intervallum $H K$, esset minor, punctum ad K deveniret, ante quam velocitas recedendi penitus extingueretur. Quare iterum repulsione agente per $K M$, motus acceleraretur, tum ultra M retardaretur. Eo pacto poterunt puncta ultra plurimos limites excurrere utraque ex parte, si multi utraque ex parte limites adsint, ut adsunt, & vires attractivæ in recessu, repulsivæ in accessu, non sint pares extinguendæ toti velocitati initio impressæ, & acquisitæ viribus repulsivis in recessu, attractivis in accessu, nisi post multos ex ipsis limitibus. Semper is motus continuaretur, & in transitu per limitem *cohæsionis* quemcunque inciperet retardari, in transitu per limitem *non cohæsionis* inciperet accelerari.

61. Si punctum initio esset in limite *cohæsionis*, ut in H, eadem illa exigua vi inde distractum oscillari quidem inciperet; sed oscillationes fierent multo minores, & motus statim post impulsum

retardaretur, ut patet. Verum si ingenti quadam vi inde dimoveretur, posset devenire ad limitem proximum *non cohæsionis*, & eo transgresso ita accelerari, ut eodem pacto jam per plures limites liberrime vagaretur.

62. In eo excursu dum ad se invicem accedunt puncta, semper motus debebit demum extingui totus. Si enim alius arcus repulsivus non occurrat satis amplus, qui celeritatem omnem extinguat, devenietur tandem ad intervallum illud primum DA, in quo vis repulsiva cruris asymptotici DC, semper accessum necessario sistet, & velocitatem retro reflectet. At dum ea puncta a se invicem recedunt, fieri utique potest, ut nullus occurrat arcus attractivus ita amplus, ut celeritatem extinguat; quo casu pergent bina illa puncta recedere a se invicem, donec deveniant ad arcum illum NRS, in quo gravitatis vires jam exiguæ retardent quidem recessum, sed ita parum, ut retardatio omnem sensum effugiat.

63. Si præter illa duo puncta alia adsint, quæ in eadem agant, horum actio jam accelerabit motum, jam retardabit, prout conspirabit, vel opponetur cum eodem. Concipiantur jam tres casus. In primo aliquis arcus HIK attractivus non redeat ad K, sed abeat in infinitum, abeunte pariter in infinitum arcu repulsivo MLK, & habente curva ipsa aliam asymptotum transeuntem per K, sitque area asymptotica pariter infinita. In secundo arcus HIK non sit infinitus, sed tamen longissime protendatur, & aream contineat maximam, post ipsum autem sit pariter arcus repulsivus KIM amplissimus multo majorem aream complectens, quam reliqui omnes attractivi simul usque ad arcum gravitatis NRS. In tertio nullus occurrat arcus attractivus nimis amplus ad partes X; occurrat autem ut in secundo casu aliquis arcus repulsivus amplissimus, & ingentem aream complectens.

64. In primo casu, si massa quædam punctorum quotcunque constituatur inter limites *A K*, utcunque magno motu incitentur ejusmodi puncta viribus mutuis, utcunque validæ actiones accedant punctorum positorum extra eosdem limites, nullum unquam ex iis punctis ex iis limitibus egredi poterit, sed ad partes *X* crus asymptoticum infinitum omnem egressum impediet: fermentatio autem illa, utcunque immanis, poterit permanere semper, punctorum singulorum motibus jam acceleratis, jam retardatis, & amplitudine oscillationis jam aucta, jam imminuta. Ubi & illud notandum obiter: si hoc pacto constitueretur particula quædam ex punctis quotcunque, eam nulla naturæ vi posse dividi, nec partes ejusdem a se invicem divelli.

65. In secundo casu oscillationes aliquæ ita paulatim augeri poterunt, ut puncta quædam deveniant etiam ad *K* finem intervalli illius validissime attractivi *H K*. Inde autem transgresso *K* vi maxima repulsiva exercita in sequenti intervallo validissime repulsivo, recedent perpetuo motu initio nonnihil accelerato, ac retardato per vices, sed ubi ad majus quoddam intervallum deventum fuerit, in quo sola gravitatis actio relinquitur, ad sensum æquabili. Et si massa omnis inclusa intervallo *A K* contineat immensum quendam numerum particularum, & vehementissimo motu illo oscillatorio perpetuo agitetur, devenient perpetuo puncta quædam ad illum limitem *K*, & effluent: multo maxima eorundem parte cohibita intra limites illos *A K*, & fermentatione illa vehementi sine disruptione massæ diutissime perdurante.

66. In tertio casu citissime omnes particulæ devenient ad illum limitem *K*, & partes omnes effugient, ac ipsa illa massa dissolvetur citissime.

67. Porro in eadem massa possunt alia puncta ad unam distantiam minorem habere hujusmodi casus cum viribus multo ve-

hementioribus, & alia ad diſtantias aliquanto majores cum viribus multo minoribus ita, ut ultimus egreſſus illarum ſit plurimis vicibus celerior ultimo egreſſu harum. Ubi autem non puncta ſingula conſiderentur, ſed particulæ ex plurimis punctis compoſitæ, multo major debet eſſe numerus caſuum, & multo majus diſcrimen, cum in ſingulis particulis leges virium reſultantes ex omnibus ſingulorum punctorum legibus ſint admodum diverſæ.

68. Ex his, quæ dicta ſunt, ſatis facile plurima intelliguntur prima fronte explicatu difficillima circa fermentationem, generationem vaporum, emiſſionem luminis, aliaque ejuſinodi. Si ſolem, & Fixas naturæ conditor voluit omnino perennes, potuit earum particulas componere ex punctis intra binos arcus aſymptoticos incluſis, alterum attractivum, alterum repulſivum, ut in primo caſu, & materiam luminis collocare ad majorem diſtantiam inter arcum aſymptoticum repulſivum, & arcum attractivum ſatis amplum, quem ille excipiat repulſivus ampliſſimus, ut in ſecundo. Hoc pacto maſſa ſolis, & Fixarum ſingularum neceſſario ſemper durabit, & ſemper emittet ingentem numerum particularum devenientium ad illum eundem ramum repulſivum, dum paulatim oſcillationes augentur. Earum particularum, ſi immenſa quædam congeries adſit hac illac agitata in omnes partes, numerus caſuum, in quibus particulæ ad eum limitem pervenient pendebit a numero omnium particularum incluſarum in ea maſſa; unde fieri poterit, ut aliud corpus ſit alio luminoſum magis: ſed donec maſſa illa durabit ad ſenſum eadem; numerus ipſe erit ad ſenſum idem datis tempuſculis, & eadem Fixa vel ſol eandem ad ſenſum quantitatem luminis emittet eodem tempore; niſi aliqua ratione fermentatio illa tota vices habeat quasdam, & quasdam velut oſcillationes ex ipſa natura virium pendentes, quo caſu fieri poterit, ut jam majus, jam minus lumen emittat,

idque etiam certa periodo; quod in quibusdam Fixis videtur contingere, quarum apparens magnitudo certa quadam periodo in aliis alia minuitur, & augetur per vices. Velocitas autem in omnibus particulis luminis, ubi primo emittuntur, erit ad ſenſum eadem. Nam ad illum limitem particulæ devenient cum admodum exigua velocitate, quæ nimirum in unica oſcillatione acceſſit. Si enim in illa ultima oſcillatione in appulſu ad ipſum limitem velocitas eſſet magna, in præcedenti oſcillatione particula eundem limitem tranſgreſſa eſſet, & erupiſſet ex ipſa maſſa. Velocitas autem in illo valide repulſivo intervallo acquiſita a punctis cum parum diverſa velocitate ingreſſis debet eſſe parum admodum diverſa, ut ex mechanica patet, & multo minus different in fine velocitates, quam in initio intervalli ejusdem; & in reliquis quoque intervallis nihil ad ſenſum mutabitur, ob immanem illam velocitatem jam conceptam, & arcuum repulſivorum, atque attractivorum uniformitatem pro particulis omnibus cum illa parum diverſa velocitate ingreſſis.

69. At ſi exiguus numerus particularum in aliqua maſſa continebitur iis limitibus, quos ad lumen emittendum adhibuimus, vel minus multæ particulæ ingentem motum conceperint, vel ante ingentem illum arcum repulſivum præceſſerit arcus attractivus minus validus, poterit quidquid ibidem habetur luminis, celerrime evolare, vel etiam tota maſſa diſrumpi, & evaneſcere. Ea videntur contingere in quibusdam corporibus, quæ parum luminis emittunt, & ad modicum tempus, vel celerrime diſſipantur tota; quorum primum contingit in metallo candenti, ſecundum in ſubſtantiis, quæ inflammantur, & potiſſimum in accenſione pulveris pyrii, ubi tamen & illud poteſt contingere, ut particulæ quædam, quæ alias hinc inde connectebant, diſſolvantur, & lumen totum emittant citiſſime, ac reliqua hac illac diſpergant.

70. Illud autem hinc manifesto eruitur, ad emissionem luminis requiri ingentem fermentationem, & intestinum motum partium, qui in omni accensione habetur summus. Solum in phosphoris quibusdam videmus sine intestino motu satis sensibili emissionem luminis; sed eam etiam facile ex iisdem principiis derivamus. Evomunt enim hujusmodi corpora lumen, quod ebiberunt luminoso corpori exposita. Radii meatus intestinos ingressi, & diu innumera reflexionum repetitione per interna substantiæ ejusdem viscera oberrantes iterum prodeunt alibi citius, alibi serius, prout ipse corporum textus plures, vel pauciores ejusmodi internas reflexiones admittit. In eo casu semper, & in suscipiendo, & in reddendo lumine, motus aliqui consequentur; sed non est necessarius motus adeo vehemens totius massæ, quo oscillationes punctorum augeantur per gradus, donec erumpant, ut requiritur ad primam emissionem, sed satis est, si celerrime vibrentur illæ minimæ particulæ, ad quas particulæ luminis jam ad motum celerrimum in prima emissione incitatæ ita accedunt, ut reflectantur. Quanquam si nimis multæ sint luminis particulæ, quæ insinuantur intra massam corporis, & plurimas habent reflexiones intra ipsam, corpus illud multo vehementius agitatur totum, inflammaturque, & suum etiam jam lumen emittit, si materiam habet in ea positione curvæ, ex qua emissio radiorum pendet, ut vidimus, quod contingit, ubi plures radii speculo ustorio colliguntur, & corpora inflammant.

71. Hoc pacto inflammatio, & emissio luminis explicantur satis feliciter. At si eadem illa contingant in majoribus illis distantiis, in quibus vires minores sunt, fermentationes quidem orientur, & emittentur particulæ a se invicem recedentes per vim repulsivam, sed non cum tanta illa velocitate: adeoque generabuntur vapores quidam, & halitus. Fermentationum autem ali-

quæ

quæ diutius perdurabunt, aliæ citiſſime deſinent. Ingens vero æſtus quidam deducet ſtatim multas e particulis ad limites maximæ illius repulſionis, ubi maſſa omnis diſrumpetur, & diſſipabitur. Hoc pacto intelligitur, qui fieri poſſit, ut fermentatio ad vitam neceſſaria, & ad omnes animantis motus perſeveret per annos multos, ſed interea paulatim langueſcat, & tandem poſt nimis multam particularum emiſſionem deſinat, quod videtur contingere in iis, qui ſenio confecti langueſcunt primum, ac demum intereunt: ingenti autem febrili æſtu ſemper iſta fermentatio deſinet, particulis utique fere omnibus ejus maſſæ, ex cujus motu reliquorum motuum pendebat principium, egreſſis ex illis limitibus, & longiſſime avolantibus.

72. Ex his omnibus patet, quanto etiam felicius in noſtra, quam in Newtoni theoria, explicetur ipſa emiſſio luminis. Cum enim ipſe in minimis diſtantiis admittat attractionem, tum iisdem nonnihil auctis repulſionem, a qua emiſſio luminis pendeat, educti nimirum extra ſphæram attractionis per vibrantem motum particularum, profecto præter alia multa, de quibus paulo inferius agemus, illud explicare non potuit, quo pacto vibrationes illæ ipſæ fierent. Si enim particulæ minimæ ſunt in diſtantiis attractionis, accedent perpetuo ad ſe invicem, & cum duræ, & ſolidæ ſint, non reſilient, ſed in unam maſſam coaleſcent, ſi autem ſunt in diſtantiis repulſionis, recedent, & reciprocatio motus nulla haberi poterit. Ut nec tam diverſa celeritas, qua lumen emittitur, & qua vaporum particulæ a ſe invicem recedunt, explicari poterunt, ſi unica poſt attractionem unicam communis ubique habeatur repulſio; quæ ſane omnia ex noſtra theoria prorſus neceſſario conſequuntur.

73. Emiſſioni luminis, & celeritati in ipſa emiſſione ad ſenſum uniformi ſuccedit ejusdem propagatio per vacuum, vel per

medium uniforme. Eam fieri motu ad sensum rectilineo, diximus in prima parte, quod comprobavimus ibidem argumento indirecto: debere autem ita fieri patet ex vi inertiæ, quæ pariter indirecto argumento probatur. Ea enim determinat motum rectilineum, nisi quid ab eodem deflectat corpus. Verum singula luminis puncta non progredientur via accurate recta duplici ex capite: primo quia actiones mutuæ punctorum eandem particulam constituentium, inducent plurimos motus eorundem punctorum, qui motus inde etiam consequi debent, quod in prima emissione alia ejusdem particulæ puncta alias velocitates debent recipere ob diversas a massa repellente distantias, & actiones mutuæ, quæ disruptionem particulæ impedient, inducent oscillationes quasdam punctorum, in quibus oscillationibus illud maxime notandum, quod contractiones quædam maximæ, & maximæ expansiones ejusdem particulæ consequentur, quæ certis temporum intervallis regredientur per vices. Deinde actiones corporum utcunque remotorum inæquales, & actiones punctorum spatii homogenei circumfusi, non pro omnibus punctis prorsus æquales motum aliquem exiguum producent, quo fiet, ut particulæ serpant nonnihil, & sinuentur curvam quamdam describentes admodum compositam.

74. Si radius medium mutet, habetur reflexio, & refractio. Ea pariter derivamus ex iisdem viribus attractivis, ac repulsivis in aliqua distantia agentibus, & eos hallucinari arbitramur, qui reflexionem deducunt ex impactu immediato luminis in superficiem reflectentem, ac refractionem ex minimo quodam, quod Natura affectet, sive brevissimi temporis, sive minimæ difficultatis. Luminis reflexionem non pendere ex impactu immediato in superficiem reflectentem demonstravit sane, quantum in physicis licet jam olim Newtonus Opticæ *lib.* 2. *part.* 2. *prop.* 8.

tum ex reflexione, quæ fit in ingressu in corpora densiora, ut ex aere in vitrum, ubi prima superficies quantumvis levigatissima videatur, debet omnino esse admodum scabra, & irregularis: nam politur ope pulvisculi, cujus profecto particulæ particulis luminis crassiores sunt, & proinde rasuras, ac sulcos inducunt plurimos quaquaversus, insensibiles illos quidem, sed adhuc maximos respectu particularum luminis, a quibus lumen omne quaquaversus admodum irregulariter, ut a scabro pariete, reflecteretur: tum ex transitu per tenues lamellas: nam in una crassitudine lamellæ lumen reflectitur, ac ubi unus radius reflectitur, alter coloris alterius transmittitur, licet simul omnes eadem directione devenerint; prout nimirum fuerint in vicibus facilioris transmissus, vel in vicibus facilioris reflexionis: tum ex reflexione, quæ fit in secunda superficie densiorum corporum, ut in egressu e vitro in aerem. In eo enim egressu fit reflexio æque fortis, ac in ingressu, & in quadam obliquitate multi transmittuntur, dum in alia paulo majore reflectuntur omnes, & in eadem sæpe obliquitate multi rubri & flavi adhuc transmittuntur, qui nimirum nondum cœperunt reflecti in totum, dum violacei atque indici reflectuntur omnes: si autem aer prorsus summoveatur, fit reflexio potius fortior: si aeri substituatur aqua post vitrum, multo pauciores radii reflectuntur: si substituatur alterum vitrum, nullus reflectitur, sed omnes transeunt: quæ quidem cum reflexione orta ex impactu nullo modo cohærent.

75. Quod autem ad refractionem pertinet ex illo minimo derivatam, Fermatius posuit, celeritatem luminis in medio densiore majorem, quam in rariore, & in luminis propagatione naturam semper minimum tempus requirere eorum omnium, quæ haberentur, si ex eodem puncto ad idem punctum alia via devenire deberet, ex quo principio pro directa propagatione patebat provenire lineam rectam, pro reflexione angulum incidentiæ

æqualem angulo reflexionis. Soluto autem problemate ex eodem principio, & ex illis celeritatibus pro refractione, invenit finum anguli incidentiæ ad finum anguli refracti debere esse in ratione directa velocitatis in primo medio, ad velocitatem in secundo. Leibnitius autem assumpsit pro brevissimo tempore minimam difficultatem, difficultatem autem æstimavit ex longitudine itineris, & densitate medii; unde ipsi debuit omnino eadem, quæ Fermatio, provenire determinatio, dum enim in eodem medio sistimus, ut in propagatione directa, & reflexione difficultas itineris est constans, & maximum vel minimum non mutat, longitudo autem viæ est, ut tempus, in motu supposito uniformi, ut supposuit Fermatius. At in refractione tempus est in ratione composita ex directa longitudinis viæ, & reciproca celeritatis. Quare si pro ratione celeritatum reciproca, sumatur ratio difficultatum directa, idem erit quærere minimum tempus Fermatii, & viam facillimam Leibnitii.

76. Plures alii post ipsos eorum sententiam secuti sunt, & ex minimo ejusmodi refractionis, ac reflexionis rationem repeti posse censuerunt. At nobis hic ipse causarum finalium usus in determinandis iis, quæ aliunde non constant, prorsus displicet, & illud omnino persuasum est, sæpissime in errores maximos debere incidere, qui ejusmodi investigationis rationem ineat. Cujus enim audaciæ est, in abdita illa Divinæ mentis arcana irrumpere, & tanquam earum rerum, quas condidit, usus omnes, & tam multæ, tam variæ cum ceteris relationes perspectæ nobis essent, de universa ejus ratione judicium ferre, ac ex hoc nostro judicio progredi ad cetera determinanda? Eos hac in re prorsus hallucinatos esse pro certo habemus, quod admodum facile ex ipsa nostra theoria deducimus. Si enim singulorum punctorum luminis iter est in eodem etiam medio admodum sinuosum, profecto hu-

jusmodi compendia in luminis propagatione Naturæ Conditor non quæsivit.

77. Accedit, quod ut jam videbimus, in ipso accessu ad superficiem refringentem radius directionem mutare incipit, & per curvam quandam fertur in nostra theoria multo magis compositam, cum eorum demonstrationes omnes supponant in puncto quodam refractionem fieri, & binos radios recta incedere. Præterea utcunque potuerit aliqua ratione Fermatius assumere ex reliquorum corporum analogia retardationem aliquam in transitu ex medio rariore in densius, profecto non erat, unde novam accelerationem in transitu ex medio densiore in rarius desumeret; nam motus semel deperditus ob resistentiam, imminuta ipsa resistentia, nisi novæ aliquæ vires accedant, nequaquam recuperatur, sed pergit minus quidem quam antea, sed tamen, pergit imminui: multo autem minus debuit assumere motum intra idem medium uniformem, qui nimirum ex resistentia debuit imminui. Ea ratio etiam contra Leibnitium militat. Nam si adest aliqua difficultas, ea oritur ex resistentia: resistentia minuit celeritatem, quæ si mutetur, jam resistentia ipsa variatur, quam ipse assumpsit in eodem medio constantem, nec sine ea suppositione potuisset constantem illam rationem sinuum invenire. Sed contra Leibnitium & illud pugnat, quod aliquando in transitu luminis ex medio rariore in densius fit refractio recedendo a perpendiculo, si nimirum medium rarius sit multo magis oleosum, aut unctuosum, ut in prima parte diximus; cum ipsi debeat semper obvenire in hujusmodi transitu refractio ad perpendiculum, æstimanti nimirum difficultatem a sola medii densitate.

78. Verum nullam esse difficultatem in motu luminis per quodcunque medium homogeneum, utcunque densum, nullam resistentiam, & celeritatem luminis esse majorem in mediis magis

refringentibus, jam ostendemus, ubi & causam refractionis, ac reflexionis derivatam a viribus attractivis, & repulsivis, paulo dilucidius exponemus. Præmittemus autem quædam in mechanica notissima. Primo: *Si in singulis punctis cujusdam rectæ agant vires quæcunque sive semper in eadem directione ejusdem rectæ, sive jam in eadem, jam in opposita, quæ in quovis eodem puncto sint semper eædem, mobile autem eandem rectam ingressum velocitatem amittat omnem, ubi devenerit ad aliquod ejus punctum, in quo vis non sit nulla, motus ita reflectetur retro, ut in quovis puncto post regressum habeatur eadem velocitas, quæ habebatur ante reflexionem, sed directa ad partes oppositas.* Hoc theorema patet ex eo, quod per eosdem gradus eædem illæ vires augebunt, vel minuent velocitatem, per quos minuerant, vel auxerant. Secundo: *Si devenerit ad finem ejusdem rectæ, differentia quadrati ejus velocitatis, quam habebit in ultimo ejus puncto, a quadrato ejus velocitatis, quam habuit in primo, erit semper eadem, quæcunque fuerit velocitas in primo.* Hoc theorema fere coincidit cum eo, quod Newtonus adhibet in Optica *lib.* 1. *part.* 1. *prop.* 6. ad demonstrandam constantem rationem sinuum anguli incidentiæ, & refracti, & utriusque demonstratio continetur in *corol.* 2. *propos.* 39. *lib.* 1. Principiorum ejusdem. Sic autem facile demonstratur. In quovis spatiolo incrementum, vel decrementum velocitatis est, ut vis, & tempusculum in eo percurrendo impensum, sive ut vis directe, ut id spatiolum directe, & ut velocitas reciproce. Quare velocitas ducta in suum incrementum, vel decrementum in singulis spatiolis, erit ut vis, & id spatiolum. Est autem incrementum, vel decrementum infinitesimum quadrati quantitatis cujuscunque, idem ac dupla quantitas ducta in suum incrementum, vel decrementum, ut patet ex primis elementis methodi infinitesimorum. Quare dummodo in singulis spatiolis vis maneat eadem,

incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis erit idem in ſingulis ſpatiolis, quæcunque fuerit ipſa velocitas, ac proinde etiam aggregatum omnium ejuſmodi incrementorum, vel decrementorum, reſpondens toti rectæ, nimirum differentia quadrati velocitatis in initio & in fine erit eadem, quæcunque fuerit velocitas in initio. Eadem autem theoremata locum habebunt, ſi in fig. 5. in ſpatio quodam clauſo binis ſuperficiebus planis parallelis *A B*, *C D* agant vires quæcunque ſecundum directionem iis perpendicularem, quæ vires in quavis eadem diſtantia ab altero ex iis planis ſint eædem, & mobile adveniat velocitate quavis obliqua *F H*; dummodo velocitas eadem reſolvatur in duas, alteram *F G* parallelam iisdem planis, alteram *G H* iisdem perpendicularem, & velocitas hæc perpendicularis conſideretur pro illa velocitate in recta linea. Nam vires illæ perpendiculares iisdem planis relinquunt illæſam velocitatem illam parallelam, & ſolam perpendicularem immutant in eo caſu eodem prorſus modo, quo mutarent, ſi mobile in recta iis ſuperficiebus perpendiculari per idem ſpatium tranſiret.

79. Hunc caſum obtinere in lumine in noſtra theoria patet. Sit enim *V X* ſuperficies, quæ dirimat bina media heterogenea. Quoniam vires, quibus particulæ luminis attrahuntur, vel repelluntur a particulis horum mediorum, non agunt ad ſenſum in majoribus diſtantiis, ſint binæ ſuperficies *A B*, *C D* remotæ a ſuperficie *V X* hinc inde per intervallum æquale illi, in quo vires ejuſmodi jam notabiliter agunt. Patet particulam luminis poſitam ubicunque extra limites ſuperficierum *A B*, *C D* habituram eſſe vires circumquaque ad ſenſum eaſdem, cum ad intervallum notabilis actionis circumquaque medium ſit homogeneum, & vires æquales. At ſi fuerit intra limites illos *A B*, *C D* ubicunque, ut in *I*, vel *i*, jam vires erunt diverſæ, & directio differentiæ

virium erit perpendicularis ſuperficiei $V X$, ſive ſuperficiebus $A B$, $C D$. Nam ſi in centro I intervallo illo notabilis actionis concipiatur ſphæra, ea ſuperficiei $V X$ neceſſario occurret alicubi in $M N$. Sit $R I Q$ diameter perpendicularis circulo ſectionis $M N$, per cujus centrum S tranſibit, & ſumta $I T$ æquali $I S$ ad partes oppoſitas, ducantur per I, & T plana iisdem illis planis parallela; & jam ſphæra illa ſecta erit in quatuor ſegmenta, quorum bina intermedia $K M N L$, $K O P L$, erunt æqualia, & ſimilia, & ſimiliter poſita reſpectu puncti I, ac continebunt medium homogeneum. Quare vires in particulam I exercitæ a particulis medii comprehenſi iis ſegmentis erunt contrariæ, & æquales, ac ſe mutuo deſtruent. Bina quoque ſegmenta extrema $M R N$, $O Q P$, vel $m q n$, $o r p$ erunt pariter æqualia, ſed continebunt media diverſa. Quare exercebunt vires diverſas. Sed patet vires compoſitas, quibus urgetur punctum I a ſingulis eorundem ſegmentorum, debere dirigi ſecundum axem $Q I R$, cum particulæ hinc inde circa axem æque ad easdem diſtantias diſtributæ jaceant, & vires ipſæ a diſtantiis pendeant. Quare & differentia earundem virium, ſi oppoſitæ ſunt, vel ſumma, ſi conſpirant, dirigetur ſecundum axem, adeoque ejuſmodi directio erit perpendicularis ſuperficiebus illis $V X$, $A B$, $C D$.

80. Illud quoque ex ipſa demonſtratione facile deducitur, differentiam illam virium in æqualibus diſtantiis a ſuperficie $V X$ fore æqualem: nam ſi $I S$, $i s$ fuerint æquales, erunt æqualia ſegmenta $M R N$, $O Q P$ ſegmentis $o r p$, $m q n$, & eadem poſitio, ac diſtantia particulæ reſpectu ipſorum, adeoque eorum vires, & differentiæ virium in illis binis caſibus æquales. Vires igitur in $A B$, $C D$ erunt ad ſenſum nullæ; tum augebuntur, ac minuen-

minuentur ita, ut poſt appulſum ad $V X$ per eoſdem gradus mutentur, per quos ante appulſum mutatæ ſunt.

81. Jam particula luminis quæcunque hujuſmodi viribus agitata progredietur a ſuperficie $A B$ ad ſuperficiem $C D$ motu curvilineo. Et quidem cum vires jam repulſivæ, jam attractivæ in minimis diſtantiis, jam in unam, jam in oppoſitam plagam dirigantur, progredietur radius per curvam admodum ſinuoſam, & mutantem flexum in omnibus limitibus virium ex omnibus compoſitarum. Tres autem caſus haberi poterunt. Primo, ut ſumma earum virium extinguat omnem velocitatem $G H$ perpendicularem ſuperficiebus ante appulſum ad ſuperficiem $C D$, & eandem retro reflectat: ſecundo, ut eandem imminuat quidem, ſed non extinguat: tertio, ut eandem augeat. In primo caſu in fig. 6., particula luminis deſcribet curvam quandam $H I b$, & regreſſa ad eandem ſuperficiem $A B$ in h, habebit ibidem velocitatem parallelam eandem immutatam $g f$, ac velocitatem perpendicularem $b g$ contrariam, & æqualem priori recuperatam in regreſſu. Deſcribet igitur $h f$ motu compoſito, & in triangulis $F G H$, $f g b$, ob latera circa angulum rectum æqualia, erit & angulus reflexionis $f h g$, æqualis angulo incidentiæ $F H G$. In reliquis caſibus in fig. 7. & 8., particula luminis delata per curvam $H I h$ ad ſuperficiem $C D$, habebit velocitatem parallelam $g f$ eandem, ſed perpendicularem $b g$ in illo minorem, in hoc majorem. Quare egredietur quidem in utroque caſu, ſed angulus refractus $g b f$ erit ibi major, hic minor angulo incidentiæ $F H G$. Nam $G H$, $g h$, ſunt tangentes complementorum $G F H$, $g f h$ ad radios æquales $F G$, $f g$, adeoque ut $f g$ in ſecundo caſu eſt minor, & in tertio major, quam $F G$, ita & angulus $g f h$ erit in illo minor, in hoc major; & proinde complementum prioris ibi majus, hic minus.

82. Erit autem tam in ſecundo, quam in tertio caſu ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti in conſtanti ratione, quæcunque ſit inclinatio incidentiæ; ſit enim FH æqualis rectæ cuidam datæ, quæcunque ſit ejus inclinatio, & exponat velocitatem abſolutam radii incidentis, exponet FG, vel fg velocitatem parallelam, quæ remanet eadem, & GH velocitatem in H, gb eandem in b. Cum igitur ex præmiſſo theoremate differentia quadratorum velocitatum perpendicularium in H, & b ſit conſtans, quæcunque ſit velocitas in H, erit etiam conſtans differentia quadratorum rectarum GH, gh. Quare ob quadrata FG, fg æqualia, & angulos ad G, g rectos, erit conſtans etiam differentia quadratorum rectarum FH, fh, erit enim eadem ac differentia quadratorum GH, gh. Cum igitur ſit FH conſtans, erit conſtans etiam hf. Sunt autem ſinus angulorum FHG, fhg in ratione reciproca rectarum FH, fb. Si enim ſumatur go verſus b æqualis GH, & ducatur fo, erit triangulum fgo prorſus æquale triangulo FGH ob latera circa angulos rectos æqualia. Eſt autem in triangulo fbo ſinus anguli ad o, ad ſinum anguli ad b, ut fb ad fo. Quare erit ſinus anguli FHG ad ſinum fhg, ut fh ad FH.

83. Conſtantem hanc ſinuum rationem Newtonus ex iisdem fere principiis demonſtravit in optica loco ſupra adducto, & longe aliter lib. 1. Principiorum prop. 94. Quanquam ipſi fundamenta omnia demonſtrationis debeamus, qui utramque cum hac contulerit, ſecundam potiſſimum, quæ magis cum ea convenit, & geometrica quadam elegantia, ac venuſtate delectatur, ſentiet ſane diſcrimen. Ex noſtra autem demonſtratione & illud ſponte ſequitur, quod Newtonus demonſtravit prop. 94. Principiorum eorundem, velocitatem poſt refractionem ad velocitatem ante incidentiam fore in ratione reciproca ſinus refractionis ad ſinum inci-

dentiæ. Sunt enim ejusmodi velocitates, ut rectæ illæ bf, FH, quas iisdem finibus reciprocas demonstravimus.

84. Hinc autem & illud demonstratur, particulas luminis nullam habere resistentiam, dum media permeant. Si enim medium eorum motui resisteret, celeritas præter mutationem ortam ex his viribus attractivis, & repulsivis, mutaretur in fig. 5. in motu inter superficies $A\,B$, $C\,D$ etiam ex ipsa resistentia secundum ipsam directionem motus, idque in aliqua ratione velocitatis ipsius. Inde autem sequeretur, in motu illo perpendiculari nova conditio, qua addita, jam incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis perpendicularis in singulis spatiolis non esset constans; adeoque nec differentia quadratorum velocitatum in H, & h evaderet constans, nec constans ratio sinuum. Atque hoc pacto æquabilitas propagationis luminis per medium homogeneum, quam in prima parte adstruximus, adhuc etiam magis confirmatur.

85. Jam vero & illa difficultas major in medio densiore, quam assumsit Leibnitius, & illa minor celeritas in eodem, qua Fermatius est usus, simul iterum corruunt. Velocitas enim in medio densiore ceteris paribus est major; cum ceteris paribus angulus refractus in medio densiore sit minor. Petrus Martinus in epistola ad doctissimos viros PP. Le Seur & Jacquier edita anno 1740. Fermatii sententiam ex hoc eodem capite rejicit, quod velocitas in medio densiore sit major in ea ratione reciproca sinuum. Id ipsum autem contendit demonstrare ex sola observatione, quod angulus refractus sit minor in medio densiore, assumendo motum parallelum non mutari, & perpendicularem mutari solum. At ex pura observatione profecto nequaquam evincitur, motum parallelum non mutari. Sed id solum sequitur ex theoria, in qua ponatur nullas alias vires agere in particulas, præter vires illas attractivas, & repulsivas, vel demonstratur eo pacto,

P 2

quo demonstravimus, summovendo resistentiam medii, quæ si adesset constantem sinuum rationem turbaret. Idcirco autem in dissertatione quadam edita paulo post ejus epistolam affirmavimus, ab eo non fuisse demonstratum præcipuum ejus epistolæ scopum. Nam hac constanti ratione velocitatum utitur ad quædam alia minima, quæ in refractione persequitur, quæ idcirco demonstrata ibidem non sunt. Sed illa ipsa minima non adesse, facile sibi persuadebit, qui considerabit sinuosum motum singulorum punctorum quamcunque particulam constituentium per medium etiam similare, & distantiam illam punctorum $H b$, ac sinuosum illum singularum particularum motum ab altero ad alterum, quorum distantia exigua quidem est respectu nostrarum mensurarum, unde fit, ut eadem habeamus pro unico puncto, & reflexionem, ac refractionem consideremus tanquam factas in unico puncto superficiei reflectentis, ac refringentis; at respectu particularum luminis est maxima, & illas omnes de minimo a natura ibidem intento commentationes excludit, refractione ipsa pendente ex generalissimis mechanicæ legibus, ex quibus reliqui omnes pendent naturæ motus.

86. Facile ex iisdem principiis derivatur etiam, in transitu per plura media superficiebus parallelis terminata sinum anguli refracti in ultimo fore eundem, qui esset, si radius immediate ex primo transiret in ultimum. Nam concipiamus in fig. 5. vim, qua urgetur particula I in quovis spatiolo, dividi in quotcunque partes, & totidem vicibus per idem spatiolum singulas partes agere, incrementum quadrati velocitatis erit idem ac prius: nam id incrementum est, ut spatiolum & vis conjunctim. Jam vero si particula transeat per plura media successive, transit successive per plura intervalla $A B$, $C D$, & vis qua urgetur in singulis, provenit a differentia vrium, quas exercent segmenta $M R N$, $O P Q$.

Porro si ex primo in ultimum medium immediate transiretur, differentia virium ejusmodi segmentorum esset eadem, ac summa omnium differentiarum virium segmenti pertinentis ad medium proxime præcedens, & proxime consequens. Quare habetur in primo casu in singulis spatiolis vis unica agens, & in secundo per totidem spatiola æqualia agentes multæ vires, sed quarum summa æquetur illi uni, ac proinde quadratum celeritatis perpendicularis in ultimo medio erit idem in utroque casu, adeoque etiam sinus anguli refracti prorsus idem. Inde autem & illud facile sequitur, rationem sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti in ingressu immediato ex uno medio in aliud quodcunque fore compositam ex rationibus omnibus intermediis sinuum in transitu per quotcunque media intermedia, & velocitatum mutationem in utroque casu fore eandem.

87. Hisce omnibus fuse, & nisi fallimur, accurate determinatis, superest adhuc iter multo magis implexum, ut nimirum videamus, cur aliquando totus ille motus perpendicularis extinguitur, aliquando minuitur, aliquando augetur, & quæ in eo observentur leges. In primis ex observatione constat, radium luminis delatum ad superficiem dirimentem bina media partim reflecti partim refringi, refringi autem recedendo a perpendiculo, ubi transitur a medio minus refringente ad magis refringens, & viceversa accedendo ad perpendiculum, ubi a magis refringente ad minus refringens transitur. Hinc autem sequitur, in omni transitu radii inter diversa media partem ejusdem amittere totum motum perpendicularem, ante quam accedat ad *C D*, partem aliam, si refringitur in primo casu, minuere motum illum, & in secundo semper augere.

88. Ratio repeti non potest ex diversa natura particularum eundem radium componentium, quarum aliæ in iisdem punctis

ſpatii illius habeant vim compoſitam directam verſus $A B$, aliæ vim eandem minorem, vel vim directam verſus $C D$. Nam ex illis iisdem particulis, quæ reflexæ ſunt, ſi in ſimilem ſuperficiem ſatis diſtantem iterum incurrant in eodem angulo, aliquæ rurſus reflectuntur, & aliæ transmittuntur. Quare eadem particula in eodem angulo in uno caſu reflexa, in alio transmittitur, adeoque a diverſa particulæ natura diſcrimen deſumi non poteſt, ſed in eadem particula aliquando adeſt diſpoſitio, vi cujus reflectatur, aliquando diſpoſitio, vi cujus refringatur. Et pariter ex particulis, quæ transmiſſæ ſunt, aliæ iterum transmittuntur, aliæ reflectuntur, quod eodem pacto diſpoſitionis cujusdam mutationem, & regreſſum evincit.

89. Hinc jam patet, rationem deſumi debere ex reverſione illa vicium, quam ex Newtono adduximus parte 1. num. 90., quæ ex obſervatione immediata deducitur, & qua ſit, ut radii particulæ, quæ in una ex iis diſpoſitionibus ſunt, reflectantur, quæ vero in alia, refringantur. Ad id ipſum pro ratione reddere, eſt phænomenum ſatis implexum per aliud fortaſſe etiam magis implexum explicare, niſi oſtendatur, qui fieri poſſit, ut ejusmodi alternæ vices diſpoſitionis tam diverſæ habeantur. Hoc autem ipſum ſummam habet difficultatem idcirco, quod ejusmodi diſpoſitiones binæ debent eſſe admodum contrariæ: ſed ſingulæ earum conſtanter eædem, & tales, ut quæcunque ſit inclinatio incidentiæ, velocitas perpendicularis in particulis reflexis ſit eadem poſt reflexionem, quæ erat ante, & in refractis ejus quadratum data quadam quantitate minuatur in tranſitu ex medio magis refringente in minus refringens, & augeatur in tranſitu ex minus refringente in magis refringens, ſive quod idem eſt, ut vires in una diſpoſitione ſint admodum diverſæ a viribus in alia etiam in iisdem diſtantiis, ſed vires in ſingulis ſint eædem in diſtantiis iis-

dem, vel saltem summæ factorum omnium virium in omnia spatiola, in quibus agunt, sint in singulis dispositionibus eædem, aliter enim nec habebitur angulus reflexionis æqualis angulo incidentiæ in reflexis particulis, nec illa constans ratio sinuum in refractis.

90. Ejusmodi dispositionis regressus vel debet oriri ex mutatione aliqua facta in ipso medio, vel ex mutatione facta in ipsis particulis. Newtonus Opticæ *lib. 2. part. 2. propos. 12.* recurrit ad mutationem medii: *radios luminis impingendo se in superficiem quamlibet refringentem, vel reflectentem excitare vibrationes quasdam in medio, sive substantia refringente, vel reflectente, easque excitando agitare utique partes solidas corporis refringentis, vel reflectentis, eoque pacto efficere, ut corpus id quodammodo incalescat. Porro vibrationes hoc modo excitatas propagari inde in medio, sive substantia refringente, vel reflectente, eodem fere modo, ac vibrationes ad efficiendum sonum propagantur in aere, moverique eas velocius utique, quam ipsos radios, adeo ut illos antevertant. Cumque radius aliquis sit in ea videlicet vibrationis parte, quæ cum motu suo conspiret, tum eum per superficiem refringentem facile transmitti, cum autem sit in contraria vibrationis parte, quæ scilicet motui suo obsistat, tum eum facile reflecti.* Profitetur ibi quidem, se hanc proponere tanquam puram hypothesim, ut satis faciat iis: *qui hoc in animum suum inducere non possunt, ut quidquam novi aut recens inventi accipiant, quod nequeant continuo hypothesi aliqua explicare, & utrum hæc hypothesis sit vera nec ne, se in id ibi non inquirere.* At *quæst. 24.* jam aliquanto fidentius loquitur, cum dicat: *Quo radii luminis alternas habeant facilioris reflexionis, & facilioris transmissus vices, nihil aliud opus est, quam uti ii exigua sint corpuscula, quæ vel attractione sua, vel alia aliqua vi vibrationes quasdam in corporibus illis, in quæ agunt, excitent.*

91. Verum nos quidem omnino *aliquid aliud opus eſſe* arbitramur. Tria ſunt, quæ præcipue nos ab eo removent inter alia ſane multa. Primo quidem dum ad eandem lamellam radius albus integer defertur, aliorum colorum fila reflectuntur, aliorum refringuntur, pro diverſa laminæ craſſitudine; alia igitur ſunt in vice facilioris reflexionis, alia in vice facilioris transmiſſus, & tamen eandem ejusmodi vibrationem inveniunt. Secundo, eodem tempore perveniunt diverſi radii, quorum intervalla virium diverſa ſunt, & tamen vibrationes medii non poſſunt eſſe eodem tempore, eodemque loco, niſi unicæ. Tertio, ſi oſcillationes ejusmodi fiunt in particulis perquam exiguis, & perquam exiguæ fiunt excurſiones, vis, qua particula luminis a ſubſtantia illa agitatur, non multum mutabitur, ſphæra enim univerſa materiam notabiliter attrahentem, vel repellentem complectens conſideranda eſt. Si majores ſunt, jam in iisdem diſtantiis a ſuperficie admodum diverſæ erunt vires in ea directione, cui reſpondet excurſus vibrationis, quam in ea ubi arcus binarum fibrarum vibrantium ſe connectunt. Vires igitur datis diſtantiis, diverſæ eſſent in eodem vibrationis recurſu, quod univerſam theoriam ſubvertit, & radiorum diſperſionem inducit ſimilem ei, quæ ſcabroſitatem partium neceſſario conſequitur.

92. Hinc eruimus mutationem, quæ fit in medio, eſſe ita parvam reſpectu ſphæræ determinantis materiam notabiliter agentem in lumen, ut non mutet ad ſenſum vires in datis diſtantiis. Mutatio igitur diſpoſitionis petenda eſt ab ipſa particula potius, quam a medio. Poſſet quis in ipſa particula concipere quosdam veluti polos, ut in magnete cernimus, alterum attractivum, alterum repulſivum, & motum cujusvis particulæ circa proprium axem, quo fiat, ut jam alter polus obvertatur, jam alter. Verum in primis phænomena illa Cryſtalli Islandicæ, quæ retulimus ſub finem

primæ

primæ partis, oſtendunt eſſe quidem in particulis luminis diverſa latera diverſas conſtantes proprietates habentia, quorum prout alterum obvertatur potius, quam alterum, Cryſtalli Islandicæ ſuperficiei eidem, refringatur uſitato potius, vel potius inuſitato more, & id ipſum conſtanti lege fiat ibi expoſita, ut Newtonus Opticæ *quæſt. 17.* fuſius expoſuit. Porro ejusmodi conſtantem ſitum laterum particulæ ſemel inuſitato more, vel uſitato refractæ, non patitur revolutio circa proprium axem, & polorum reditus. Præterea pro majori, vel minori obliquitate poli ejusdem reſpectu ſuperficiei ejusdem, tum cum ad data puncta ſpatii devenit centrum particulæ, admodum diverſæ eſſent vires, & haberetur diſperſio.

93. At fruſtra alibi quærimus mutationem diſpoſitionis, cum eandem habeamus in mutatione illa particulæ, quam paulo ſupra monuimus, neceſſario debere conſequi poſt emiſſionem. Debent ejus puncta habere inteſtinos motus, ut ibi expoſuimus: ex iis debent conſequi oſcillationes quædam in ipſa particula, & contractiones, ac productiones, ſive diverſæ diſpoſitiones factæ per vices. Hæc cauſa omnino exiſtit. Si eadem ad explicandum phænomenum ſufficiat, nulla alia erit comminiſcenda. At hæc videtur omnino ſufficere. Nam in primis dum particula illas oſcillationes peragit, in aliis punctorum diſpoſitionibus ſumma virium, quibus in eadem diſtantia a quavis particula corporis refringentis, vel reflectentis attrahetur, vel repelletur, erit admodum diverſa: & id diſcrimen eo majus erit, quo erit propior ipſi particulæ attrahenti, vel repellenti particula luminis. Quare admodum diverſa erit ſumma omnium virium, quibus in diverſis illis diſpoſitionibus agitabitur. Ex omnibus hujusmodi diſpoſitionibus punctorum particulæ, erunt binæ quædam, quæ omnium diutiſſime perſeverabunt, ut maxima contractio, & expanſio maxima.

Ut enim in pendulorum oscillatione, & in chordarum vibrationibus, multo major est mora, ubi motus retro reflectitur, & maxima velocitas in medio, ita sane & in ejusmodi particulis debet contingere.

94. Ejusmodi dispositiones maximæ contractionis, & maximæ expansionis redibunt plurimis vicibus; dum particula aliqua in fig. 5. a plano *A B* devenit ad *C D*. Nam ex observationibus circa diffractionem luminis colligitur juxta num. 95. primæ partis hujus dissertationis, actiones, quibus radii detorquentur ad sensum, extendi ultra $\frac{1}{800}$ partem unicæ. Vices vero illæ facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, quas Newtonus deduxit observando transitum radiorum per tenues lamellas, in aliquibus casibus mutantur per intervallum $\frac{1}{89000}$, juxta num. 94. ejusdem primæ partis. Quare si vices illæ facilioris reflexionis, & facilioris transmissus penderent ex unica contractione, & expansione particulæ, jam in intervallo *A B*, *V X* plusquam 100 vicibus recurrerent, & in intervallo *C D* plusquam 200 vicibus. Sed recurrent multo etiam pluribus vicibus in illo intervallo contractiones, & expansiones, quia, ut jam videbimus, singulæ vices facilioris reflexionis, vel facilioris transmissus pendebunt a pluribus ejusmodi expansionibus, & contractionibus.

95. Si aliæ particulæ cum alia dispositione deveniant ad *A B*, aliæ erunt pro iis particulis virium leges: sed quoniam maxima pars earundem particularum deveniet in altera ex duabus illis extremis dispositionibus maximæ contractionis, aut minimæ, vel accurate, vel proxime, cum eædem diutissime durent, habebuntur binæ virium leges, inter se diversæ, sed singulæ in singulis ejusdem dispositionis recursibus semper uniformes. Minor autem particularum numerus habebit leges diversas inter se, & ab illis binis extremis. Quoniam tamen tam celeriter dispositiones eæ-

dem recurrunt, & redeunt tam multis vicibus ab *AB* ad *CD* corrigetur plerumque discrimen inter illas leges, & si particula aliqua cum quavis ejusmodi dispositione ingressa cum eadem velocitate perpendiculari *GH* aliquando deveniat ad *CD*, summa omnium actionum, sive incrementum, vel decrementum velocitatis erit fere idem, differentia sub sensum non cadente.

96. Quoniam autem, dum particula luminis progreditur ab *AB* versus *CD*, vires, quibus a singulis particulis medii urgetur, jam sunt attractivæ, jam repulsivæ, etiam differentia virium, quibus particula illa sollicitatur a segmentis illis æqualibus, sed heterogeneis figuræ 5., jam dirigetur ad planum *AB*, jam ad planum *C D*, & in utroque particularum genere, sæpe continget, ut velocitas illa perpendicularis *G H* augeatur, sæpe, ut minuatur, & alicubi profecto parum aberit, quin extinguatur. Porro illud discrimen, quod erit inter leges diversas, id efficiet, ut particula, quæ unam legem habet, possit totam eam velocitatem amittere, dum altera nondum extinxit totam, immo fortasse dum adhuc auxit. Jam vero quotiescumque particula aliqua amittet totum motum, retro reflectetur. Duo autem ibi casus poterunt contingere. Nam vel momento temporis, quo amisit totum motum perpendicularem, est in maxima contractione, aut dilatatione, vel in aliqua alia dispositione. Si primum, retroregrediens habebit easdem dispositiones, & vires, quas dum accederet, & proinde recuperabit tantundem motus perpendicularis, quantum habebat ante, & angulus reflexionis erit æqualis angulo incidentiæ. Si secundum contigerit, non erunt eædem penitus omnes dispositiones, & radii dispergentur. Sed primum in plurimis particulis continget, secundum in paucissimis. Et revera in vitris etiam politissimis radio solari illuminatis videmus locum, in quo radius ingreditur, & locum, in quo egreditur, ubicunque

ſimus, quod oſtendit exiguum numerum particularum irregulariter reflecti.

97. En igitur quo pacto rem ſe habere concipimus. Sint in fig. 9. ſuperficies AB, VX, CD, eædem quæ in fig. 5., & ex parte AB ſit medium minus refringens, vel vacuum. Radii FH pars $HINO$, quæ reflectitur, deveniat ad ſuperficiem ZK propiorem ipſi AB, quam ſit ſuperficies VX, pars altera HPR, quæ refringitur, deveniat ad CD. Priores particulæ in intervallo $AZKB$ habent ſummam virium ejusmodi, ut deſtruant totam velocitatem perpendicularem HG. Poſteriores in eodem intervallo poſſunt etiam habere ſummam virium, quæ augeat ejusmodi velocitatem, ſed in toto intervallo $ABCD$ habebunt eam, quæ eandem ita minuat, ut differentia quadratorum velocitatum ejusmodi in H, P ſit conſtans. In hoc autem caſu ſi velocitas HG eſt ita parva, ut ejus quadratum ſit æquale, vel minus quadrato illo conſtante, etiam in illis particulis HPR extinguitur tota velocitas illa perpendicularis, vel in appulſu ad CD, vel ante ipſum, & jam radius ille reflectetur totus, ſed alia via per $HQST$. Caſus, in quo incipiet haberi hæc reflexio in totum, erit caſus, in quo radius deveniet ad CD ſine ulla velocitate, ſive in quo in fig. 7. evaneſcet hg, & angulus ghf evadet rectus. Adeoque reflexio in totum incipiet, ubi ſinus incidentiæ FHG ad radium ſinuum erit in illa conſtanti ratione, in qua debet eſſe ſinus anguli incidentiæ cujusvis ad ſinum anguli refracti. Pariter pro diverſa inclinatione radii FH incidentis diverſa erit diſtantia rectæ ZK a recta AB. Nam velocitas GH extinguenda erit minor, ac proinde requiretur minor progreſſus ultra AB ad eam extinguendam. Fieri autem poteſt, ut in progreſſu ab H ad I, diverſus etiam numerus contractionum particulæ, & expanſionum habeatur in diverſis caſibus.

98. Si jam in fig. 9. radius $f h$ ex medio magis refringente debeat tranfire in medium minus refringens, particulæ illæ, quæ in appulſu ad h erunt in eadem diſpoſitione, in qua erant particulæ in egreſſu ex P, habebunt per intervallum $C D$, $A B$ in iisdem diſtantiis a plano $C D$ easdem vires. Quare cum & velocitas in h, & P ſit eadem, augebitur velocitas perpendicularis per eosdem gradus in hoc ſecundo caſu, per quos imminuta eſt in primo, ac proinde curvam $b p$ deſcribent hæ particulæ eandem, quam quæ $H P$ deſcripſerunt, & $p r$ jacebit in eodem angulo, in quo $H F$.

99. At particulæ, quæ ſunt in alia diſpoſitione, in qua prius reflectebantur per $A I N$, debent initio augere velocitatem $g h$ per omnia intervalla, per quæ curſus in $H I N$ reflectebatur; ac proinde debent curſum flectere introrſum & ipſam $L M$ fortaſſe transcurrere. Sed vires cum ea diſpoſitione agentes per reliqua intervalla uſque ad aliquam ſuperficiem $L M$ ſitam fortaſſe ultra ipſam $V X$ deſtruent & velocitatem $g h$ habitam in h, & novam initio acquiſitam, ac motum retro reflectent.

100. Pariter omnes reliquæ, quæ cum reliquis diſpoſitionibus ingrediuntur, poſſunt alicubi omnem motum amittere, vel porro pergere. Quæcumque motum amittent alicubi, ſi vis ibidem non fuerit nulla, regredientur retro, & vel ad angulum reflexionis æqualem reflectentur, vel diſpergentur, prout motus amiſſio habebitur in altera diſpoſitione illa extrema, quod plerumque fiet, vel in aliqua intermedia, quod in paucis continget. Quæcunque autem pergent porro usque ad $A B$ acquirent ſecundum directionem $g h$, quantum eæ, quæ egreſſæ ſunt per $P R$ amiſerunt ſecundum eandem, & hoc pacto egredientur in $p r$ eadem directione, in qua ingreſſæ ſunt illæ priores per $F H$, & ratio ſinus incidentiæ ex uno medio in aliud ad ſinum anguli refracti erit eadem, quæ ratio ſinus anguli refracti ad ſinum incidentiæ,

ubi ex secundo medio transitur in primum: ac radius, dum ex secundo regreditur in primum, habebit iterum eam directionem, cum qua fuerat ingressus.

101. Hinc etiam illud patebit, cur quo radius magis inclinatus incidit ad superficiem reflectentem, & pariter quo major est mediorum differentia, eo major ejus pars reflectitur, & minor transmittitur, quod utique observamus: nam si radii etiam ex aere in vitrum incidant maxime obliqui, reflectuntur fere omnes in prima superficie, admodum paucis transmissis: & si mediorum discrimen sit nullum, pars nulla reflectitur: quo majus est discrimen mediorum, eo major copia reflectitur; ubi discrimen est summum, reflectitur fere totum lumen. Id phænomenum in Newtonianis illis vibrationibus non explicatur: nam æquales numeri particularum invenient vibrationem suo motui conformem, vel contrariam. In nostra sententia hoc phænomenum idcirco proveniet, quia quo minor fuerit obliquitas, eo minor erit vis perpendicularis $G\ H$. Ac proinde facilius eo devenient particulæ, ut totam amittant: pariter dum ingens est mediorum discrimen, vires in illis distantiis $A\ B$, $C\ D$ ab $V\ X$ satis validæ erunt, & multæ particulæ extinguent totam velocitatem statim post $A\ B$, multæ paulo ultra. Sed ubi discrimen est exiguum, per aliquod intervallum ultra $A\ B$, ubi adhuc segmenta illa sphærica heterogenea exigua sunt, mutationes motus fient insensibiles; & solum aliquæ particulæ reflectentur in spatiis proximis $V\ X$, ubi segmenta illa sphærica jam sunt multo majora.

102. An oscillationes illæ particularum, sive intervalla inter maximas expansiones, & maximas contractiones earundem æquali semper tempore fiant, in quibuscunque mediis, & quacunque velocitate particulæ moveantur, id vero non ita facile

definiri poteſt, & fortaſſe nullo modo poteſt. Oſcillationes pendulorum ſunt iſochronæ, ſi vires tangentiales ſunt, ut arcus deſcribendi uſque ad imum oſcillationis punctum, aliter differunt tempora in inæqualibus oſcillationibus. Simili modo, ſi cognitus nobis eſſet punctorum numerus, & diſpoſitio in ſingulis particulis, & cognita generalis lex virium, liceret id quidem definire ex ipſis mechanicæ legibus. Cum ea incognita ſint, recurrendum erit ad obſervationes. Ex eo, quod retulimus num. 93. primæ partis hujus diſſertationis ex Newtono, videtur erui, eſſe tempora ſingularum oſcillationum in ratione reciproca duplicata celeritatum, quibus quævis particula movetur. Sic enim habet: *Si radii cujuſvis generis tranſeant in diverſa media ad perpendiculum, intervalla vicium ſuarum facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus in quovis uno medio erunt ad earundem intervalla in quovis alio medio, ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis radiorum tranſeuntium e primo duorum iſtorum mediorum in ſecundum.* Deprehendit hanc regulam Newtonus in adventu radiorum ad lamellam aeream, & aqueam binis vitris incluſam. Jam vero celeritas in aqua eſt major, quam in aere in illa eadem ratione ſinuum, ſed inverſa. Cum igitur tempora ſint, ut ſpatia directe, & celeritates inverſe, erunt tempora impenſa in percurrendis intervallis vicium in ratione reciproca duplicata velocitatum.

103. Sed in primis licet ea ratio pro intervallis vicium, in quibus fit actu reflexio, vel tranſmiſſio, vera ſit in lamellis illorum duorum mediorum incluſorum vitro, tamen non inde neceſſario conſequitur, eſſe veram pro ipſis intervallis temporum neceſſariis ad expanſiones, & contractiones particulæ. Nam fieri poteſt, immo etiam profecto debet, ut alius numerus requiratur oſcillationum ejuſmodi cujuſvis particulæ in caſu, in quo lamella unius medii includitur uno medio, & alius, ubi eadem

alio medio includitur, vel ubi lamella alterius medii includitur eodem illo, quo primi medii lamella includebatur. Nam ex viribus medii lamellæ inclusæ, & ex viribus medii, quo ea includitur, pendet numerus recursuum oscillationum ejusdem particulæ necessarius ad extinctionem totius velocitatis perpendicularis, adeoque ab iisdem pendet crassitudo particulæ necessaria ad reflexionem. Mutato enim sive medio lamellæ, sive medio, quo lamella includitur, mutantur vires, quibus ille motus perpendicularis mutatur. Ubi satis illud quidem notatu dignum occurrit, longe aliter se habere rem in casu lamellæ tenuis, quam in casu, in quo particula luminis devenit ad superficiem crassi corporis heterogenei. In hoc secundo casu in fig. 5. inæqualitas actionis pendebat ab inæquali actione segmentorum *M R N*, *O Q P*. In primo autem casu, si in *M N* sit lamella tenuis, ex. gr. aquæ inclusæ vitro, concipiatur in *O P* ad eandem distantiam ab *I* spatium æque crassum. Omnis sphæra æque hinc inde continebit vitrum præter lamellam aqueam *M N*, & vitream *O P*. Quare inæqualitas virium provenit solum ab inæqualibus actionibus illarum binarum laminarum, in quo profecto se res longe aliter habet, quam ubi illa bina segmenta inæqualiter agunt.

104. Fieri igitur potest, ut particula quævis in quovis medio æqualibus temporibus oscilletur; & omne discrimen intervalli vicium proveniat ab inæquali numero oscillationum requisito ad reflexionem: & fieri potest ut accedat etiam discrimen aliquod in tempore oscillationis unius, quod mutetur mutatis internis particulæ motibus ab illa inæqualitate virium. Eodem pacto, dum oblique ad lamellam devenitur, vicium intervalla diversa requiruntur pro diversis angulis, juxta num. 91. primæ partis hujus dissertationis. Id oriri potest ex eo, quod ex illo obliquo accessu mutatio aliqua oriatur in interna dispositione particulæ,

&

& motibus inteſtinis, & oriri poteſt ex eo, quod diverſus requiratur oſcillationum illarum numerus ob diverſam in diverſis angulis velocitatem perpendicularem extinguendam. Nos hoc ſecundum credimus verum, & Newtoni regula ſuſpecta eſt etiam in eo, quod inducit mutationem intervalli vicium factam, ubi in diverſis angulis radii ingrediuntur idem medium, & continuatam deinde ad majora intervalla. Cenſemus potius pendere diſcrimen aliquod intervalli vicium ab ipſa obliquitate, qua particula ſuperficiem refringentem permeat, ita tamen, ut deinceps ubi particula receſſit ab ea ſuperficie, intervalla in iisdem mediis ſint ſemper eadem, & eædem particularum oſcillationes, in quocunque angulo particula intervallum illud ingreſſa ſit, ut eadem eſt velocitas ipſius particulæ. Novimus quidem a Newtono craſſarum quoque laminarum phænomena quædam hinc explicari lib. 2. part. 4., adhuc tamen veremur, ne paulo aliter eadem illa phænomena explicanda ſint. Illud nos maxime movet, quod ex eadem illa regula deduceretur, radio per idem medium translato, ut per aerem, diverſa debere eſſe intervalla pro diverſa inclinatione radii tam ingredientis, ex. gr., ex aere in vitrum, quam egredientis e vitro in aerem, nec in vitris etiam æque craſſis in egreſſu corrigeretur id, quod in ingreſſu mutatum eſt, ut facile demonſtrari poteſt ex ipſa regula propoſita. Eo autem pacto phænomena tenuium lamellarum longe aliter provenire deberent, ſi lumen adhibeatur per liberum aerem tranſmiſſum, quam ſi adhibeatur lumen tranſmiſſum trans vitrum politiſſimum: & pariter aliæ eſſent craſſitudines, in quibus per tenues lamellas tranſirent radii diverſorum colorum tranſmiſſi ad ipſas lamellas per aerem liberum in radio albo, aliæ, ſi ſinguli radii colorati ſeparati per priſma tranſmitterentur, quæ tamen phænomena eadem eſſe in utroque caſu, videmur ex ipſis

Newtoni obſervationibus poſſe colligere. Sed hæc ipſa experimentis ad id inſtitutis facile poterunt definiri.

105. Quæcunque hucuſque dicta ſunt, pertinent ad radios homogeneos, ſive ad fila ejusdem coloris: jam ad diverſos colores faciendus gradus. Diverſa diverſorum coloratorum filorum refrangibilitas pendere poteſt duplici ex capite. Primo ex eo, quod particulæ luminis diverſorum colorum diverſam habeant celeritatem: ſecundo ex eo, quod diverſam habeant etiam naturam particulæ, ex qua oriatur diverſa virium ſumma. Sit primo celeritas in una particula major, in alia minor: & ſi ambæ deveniant ad medium magis refringens in fig. 10. in angulo admodum parvo *F H A*, altera cum velocitate majore *F H*, altera cum minore *M H*, vires autem ſint eædem, velocitas perpendicularis, quam utraque acquiret, erit eadem *h g*. Sumptis autem *g f*, *g m* æqualibus ipſis *F H*, *M H*, emerget altera per *h f*, altera per *h m*, eritque angulus refractus *g h f* reſpondens velociori particulæ major, quam *g h m* reſpondens minus veloci, ac proinde particula cum majore velocitate delata minus mutabit ſinum incidentiæ, & ſinuum differentia minor erit. Differentia autem quadratorum velocitatis manebit eadem poſt refractionem, quæ fuerat ante, cum ſit differentia quadratorum *h f*, *h m* eadem, ac differentia *g f*, *g m*: & hæc conſtans quadratorum velocitatis differentia locum etiam habebit, in quavis inclinatione particulæ ingrediantur, nam ſingularum velocitas in omnibus inclinationibus incidentiæ æque mutatur, & in iisdem mediis eſt eadem quæcunque fuerit celeritas, cum qua particula ingreſſa ſit, ut ſupra demonſtravimus.

106. Si autem manente celeritate mutentur vires, diverſa erit *h g*, manente *g f*: & ubi *h g* fuerit minor, angulus *g h f* erit major. Quare mutabitur magis ſinus anguli incidentiæ, ubi

celeritas perpendicularis mutatur magis, ſive ubi vires fortius agunt. In hoc etiam caſu differentia velocitatis poſt ingreſſum eſt eadem in quavis radii ingredientis obliquitate, cum celeritates ſingularum particularum maneant in iisdem mediis eædem, ſed quadrata velocitatum, quæ ante ingreſſum ponebantur æqualia, jam poſt egreſſum certa quantitate different. Ex his duobus numeris deducitur illud, quod nimirum ratio ſinuum incidentiæ, & refractionis magis mutaretur, ubi celeritas eſſet minor in primo caſu, vel vires magis agerent in ſecundo. Colores igitur minus refrangibiles, vel celerius moventur, vel minus valida vi agitantur.

107. Velocitates particularum pertinentium ad diverſa colorata fila diverſas eſſe, patet ex eo etiam, quod ſi in uno medio æquales eſſent, jam in alio quovis poſt refractionem inæqualem, inæquales evaderent. Verum ipſam quoque particularum naturam diverſam eſſe, colligitur ex eo, quod plurimum differant inter ſe intervalla vicium in diverſis radiis coloratis, dum celeritates differunt parum admodum, nam ea intervalla, ſi omnes particulæ eſſent ejusdem naturæ, parum variata ea velocitate particularum, parum admodum variari deberent. Quod autem plurimum differant inter ſe intervalla vicium colorum extremorum, id eruitur ex numero 92. Partis primæ, fere enim duplo differunt. Quod vero celeritatum differentiæ ſint exiguæ, colligitur ex numero 84. Nam differentia ſinuum anguli refracti fili rubei, & fili violacei ingredientium in eodem angulo, eſt $\frac{1}{27}$ ſinus prioris. In figura autem 10 celeritates FH, MH, ſive gf, gm ſunt reciproce, ut tangentes angulorum gbf, ghm, quorum cum ſinus tam parum differant, ſi iidem nimis ad rectum non accedunt, (ut non accedunt, quotieſcunque differentia attractionum eſt magna), differentia quoque tangentium erit exigua.

108. Accedit, quod si in diversa media ex eodem transeat radius $F H$ in illa inclinatione maxima ad $A B$, semper ratio tangentium $g f$, $g m$ esset eadem, quæ nimirum fuerat ratio celeritatum reciproca ante refractionem. At id est contra eundem illum num. 84. primæ partis dissertationis, ex quo, posito sinu communi incidentiæ, sinus angulorum refractorum sunt semper ad se invicem in eadem ratione, quæ nimirum in filis extremis est ratio 27 ad 28. Patet enim ex Trigonometria, in angulis paulo majoribus rationem tangentium multum diversa lege mutari ab ea, in qua mutatur ratio sinuum. Quamobrem posito, quod prima constans esset, utcunque mutatis mediis, secunda constans esse non posset, adeoque præter discrimen celeritatum est aliud discrimen in ipsis particulis.

109. In quo situm sit hoc ipsum discrimen particularum, id vero divinare non libet. Cum enim possit pendere, & ex magnitudine earundem, & ex diverso punctorum numero, & multo magis ex diversa dispositione punctorum eorundem, in quo potissimum id Auctor Naturæ reponendum censuerit, veremur ne omnino deprehendi non possit. Satis est ostendisse, earum particularum & velocitates, & vires diversas esse, ex quo patet illud etiam, diversas ab iis in oculo impressiones fieri, ac proinde posse illas diversas excitari diversorum colorum ideas, quas diversæ ejusmodi particulæ in animo excitant.

110. Quo pacto ex diversis vicium intervallis explicari debeant diversa tenuium lamellarum phænomena, & ex iis tam colores permanentes in plerisque, quam variabiles in aliquibus corporibus, id vero a Newtono explicatum est admodum fuse. Præcipuum caput est illud, lamellam eandem tenuissimam pro diversa sua crassitudine alios colores transmittere copiosius, alios copiosius reflectere. Id autem ipsum ex vicium intervallis vide-

tur in ejus theoria ſic erui. Si craſſitudo lamellæ, quam radius perpendiculariter permeat, ſit admodum exigua, radii omnes tranſeunt. Si ſit paulo major, ut radius, qui in ingreſſu fuit in vice facilioris tranſmiſſus, ſit in egreſſu in vice facilioris reflexionis, is qui ingreſſus eſt, non egreditur, ſed retro reflectitur. Si adhuc craſſior ſit lamella, ut iterum redeat, diſpoſitio facilioris tranſmiſſus tranſmittitur, & ita porro per vices, & per æqualia temporum intervalla, adeoque etiam per æqualia intervalla craſſitudinum. Porro ſi omnes ejusdem coloris radii haberent prorſus æqualia vicium intervalla, tam in tenui, quam in craſſa lamina, idem color vel totus tranſmitteretur, vel totus reflecteretur. Sed quoniam ab extremo violaceo ad extremum rubeum tranſitur per gradus continuos intermediorum radiorum variantium per gradus continuos & refrangibilitatem, & intervalla vicium, omnes ex. gr. radii rubei non eadem intervalla vicium habent, ſed alii majora nonnihil, alii minora. Si lamella ſit ita tenuis, ut vices ſemel, vel bis, vel ter redeant, diſcrimen illud exiguum non efficiet, ut dum alii vicem non mutant, alii mutent; ſed poterunt rubei omnes, qui in eadem diſpoſitione erant in ingreſſu, in eadem eſſe etiam in fine lamellæ, & proinde vel omnes ſimul reflecti, vel omnes ſimul tranſmitti. At ſi lamina ſit craſſior ita, ut illa intervalla vicium ſint plurima, multiplicata differentia intervallorum ſingulorum per numerum eorundem, jam habebitur in fine laminæ diſcrimen etiam plurium intervallorum. Earum craſſitudo, quæ reſpectu unius fili continebit intervalla ex. gr. 1000, continebit reſpectu aliorum quorundam pariter rubeorum intervalla 1000 $\frac{1}{2}$, 1001, 1001 $\frac{1}{2}$, 1002 &c. Quare rubeorum ipſorum alii in ſequenti ſuperficie laminæ tranſmittentur, alii reflectentur:

111. Hinc ſequitur, craſſas laminas debere reflectere in ſecunda ſuperficie plurima fila omnium colorum, & plurima tranſmittere, dum tenues laminæ ejusdem coloris vel omnia, vel fere omnia ſimul tranſmittunt, vel ſimul reflectunt. Colores igitur exhibebunt tenues lamellæ determinatos, dummodo eadem maneat earundem craſſitudo, & radii ad perpendiculum incidant. Si autem oblique incidant, ſed lamella tenuis multo denſior ſit, quam medium circumjectum, fiet fortis refractio ad perpendiculum, & via intra lamellam deſcripta parum differet longitudine ab ipſo perpendiculo: nam in quovis triangulo rectangulo ratio baſis ad latus ſatis accedit ad rationem æqualitatis, ubi angulus iis interceptus non eſt nimis magnus. Ac proinde ſi lamella præterea ſit ita tenuis, ut pauciſſima amittat intervalla vicium, utcunque oblique inciderit radius, non mutabitur numerus intervallorum dimidio intervallo, & colores fere iidem tranſmittentur, vel reflectentur, qui prius, ac permanens erit color corporis conſtantis ex ejuſmodi lamellis. At ſi lamellæ ſint tenuiores medio circumjecto, refractio fiet recedendo a perpendiculo, & pro diverſa inclinatione radii incidentis, mutabitur plurimum longitudo itineris intra lamellam, & angulus, in quo lamella percurritur. Quare & vicium intervalla, & intervallorum numeri plurimum mutabuntur, ac proinde diverſi colores exhibebuntur pro diverſa oculi inclinatione, ut cernimus in Pavonum caudis, & aliis ejuſmodi, quos colores apparentes appellant. Atque hæc quidem videtur eſſe Newtoni theoria, quæ cum noſtris principiis ita conciliari poteſt, ut eadem conſectaria conſequantur.

112. Sunt & alii colores variabiles, ut in ſpuma, & bullulis ex aqua, & ſapone, qui tamen idcirco variantur, quod craſſitudo lamellæ aqueæ variatur, aqua ad imum deſcendente, & ut colores, qui per priſmata generantur, ubi diverſa colorata fila

poſt binas refractiones divergentiam coloratorum filorum non corrigentes pergunt divergere, & ſeparata cernuntur, ſed ea & Newtonus ſatis dilucide in Optica expoſuit, & paſſim proſtant, ut & illud paſſim occurrit, corpus, cujus partes ſint homogeneæ, & intervalla perquam exigua ſine majoribus interruptionibus, eſſe diaphanum idcirco, quia radius nullis refractionibus, & reflexionibus inteſtinis a motu ſuo detorquetur, ac diſtrahitur, contra vero ex heterogeneo lamellarum textu, ac majoribus intervallis ob internas haſce perpetuas deviationes oriri opacitatem.

113. Quæ in data lamellæ cujuſque craſſitudine fila reflecti debeant, quæ tranſmitti, id Newtonus eleganti conſtructione expoſuit in Optica part. 2. lib. 2. ſub ipſum initium. Ejus conſtructionis fundamenta ſunt, ratio intervallorum vicium, quam pro diverſis coloratis filis exhibuimus num. 92. primæ partis, & conſtans intervallorum ſingulorum magnitudo, ex quibus ſtatim patet illius conſtructionis demonſtratio, & coincidit cum iis, quæ hic in penultimo numero diximus. Qui colores ex data mixtura filorum vel tranſmiſſorum vel reflexorum oriri debeant, id pendet a conſtructione, quam expoſuimus num. 87. partis primæ. Ejus conſtructionis demonſtrationem nuſquam invenire potuimus, & novimus ſane ſummos etiam viros diu eandem fruſtra quæſiviſſe. Nos ſuſpicamur in conſtructione ipſa numeros quoſdam corrigendos eſſe, quibus correctis, aperte videmus, quid Newtonum ad eam conſtructionem perduxerit, & ſi minus accuratam demonſtrationem ejuſdem, habemus tamen ſummam analogiam cum vi compoſita in Mechanica ex plurimis viribus in idem punctum agentibus. Permutationis autem numerorum ipſorum tam grave fundamentum habemus, ut aſſenſum nobis quidem licet invitis pene extorqueat. Rem quam breviſſime licebit, exponemus, ut aliis de eodem cogitandi præbeatur occaſio.

114. In primis in fig. 13. quæ eſt eadem, ac 7. primæ partis hujus Diſſertationis, rectæ *C D*, *D E*, *E F*, *F G*, *G H*, *H I*, *I B* exhibent differentias ſinuum anguli refracti in limitibus 7 colorum incipiendo a rubeo, poſito communi omnium ſinu incidentiæ, ut ibidem diximus num. 84. Inde autem facile colligitur, radium in fila diſtributum ob refractionem, & exceptum intervallo ejuſmodi, ut extrema rubea fila ſint in *C*, extrema violacea in *B*, ita diſtribui per intervallum *C B*, ut limites intermedii ſint in *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*. Quin immo ex hac ipſa diſtributione notata in imagine colorata Solis tranſmiſſa per priſma Newtonus deduxit hanc eandem legem differentiarum eorundem ſinuum.

115. Hanc diſtributionem æquabiliter fieri per intervallum *C B* ita, ut radiorum denſitas ſit ubique ad ſenſum eadem, Newtonus omnino aſſumpſit Opticæ parte prima lib. 1. prop. 7, ubi agens de diſtributione radii albi provenientis ab eodem puncto objecti, & tranſmiſſi per lentem vitream, intra circellum, per quem diſpergitur ob diverſam refrangibilitatem diverſorum colorum, qua fit, ut non omnes in eodem puncto coeant, ſed alii propius, alii remotius a lente ipſa, ſic habet. *Sit* (hic in noſtra fig. 11.) *A D E iſtiuſmodi circulus centro C, ſemidiametro A C deſcriptus, ſitque B b minor circulus eodem cum iſto A D E centro deſcriptus, ejuſque ſemidiametrum A C interſecans in B: biſſeca autem A C in N. Jamque, ut ego quidem calculum poſui, denſitas luminis in quovis loco B erit ad denſitatem ejusdem in N, ut A B ad B C, totumque lumen intra circulum minorem B b ad totum intra majorem A D E erit, ut exceſſus quadrati A C ſuper quadratum A B, ad quadratum ipſius A C.*

116. Sine calculo etiam id theorema ſic geometrice eruitur ex illa æquabili diſtributione. Radii incidentes in fig. 12. ad

ſen-

ſenſum paralleli in lentem *D E* ita refringantur, ut rubei quidem minime refrangibiles, contemta aberratione proveniente a figura vitri, convergant ad punctum axis *M*, violacei autem maxime refrangibiles ad punctum *L*, & reliqui omnes radii convergent ad punctum aliquod interjacens inter puncta *L M*, ac totidem coni efformabuntur, quorum omnium vertices erunt in recta illa *M L*. Si omnes hi radii excipiantur alicubi plano ad axem perpendiculari, efformabunt circulum quendam, & omnium hujuſmodi circulorum minimus erit, ſi planum tranſeat per interſectionem *A C a* extremorum conorum terminatorum ad *M* & *L*, ut ſatis patet.

117. Quoniam anguli *M E L*, *M D L* ſunt circiter pars vigeſima ſeptima totius refractionis, ſive totius anguli *F M E*, vel *F M D*, erunt ſatis exigui, & diſtributio radiorum æquabilis per angulos eosdem trahet ſecum æquabilem diſtributionem eorundem per intervallum *L M* convenientium in punctis *O*, *H*. Mediæ refrangibilitatis radii coibunt in *C*, reliqui tam minus, quam magis refrangibiles diſpergentur ante concurſum in aliquo puncto *H*, vel poſt concurſum in aliquo puncto *O*, per circulum, cujus diameter *I C i*, & intra eundem circulum ſingulorum denſitas erit ubique ad ſenſum eadem, ut erat eadem in appulſu ad lentem *D E*. Excurret autem a *C* ad *A* duplex ſeries continua peripheriarum circulorum *I i* ſenſim majorum, quarum peripheriarum numerus in æqualibus ipſius *C A* ſegmentis erit ad ſenſum æqualis ob illam æqualem diſtributionem radiorum in angulis *A E a*, *A D a*. Sed ſi aliorum denſitates cum aliorum denſitatibus comparentur, erunt ipſæ in ratione reciproca circulorum, per quos ſinguli diſperguntur, ſive in ratione reciproca duplicata ſemidiametrorum *C I*.

118. Exprimat jam fig. 11. eosdem circulos *A a*, *I i*: & in quovis puncto *B* aderit aliquid luminis ex omnibus radiis, quorum circumferentiæ terminantur ad quodvis punctum *I* positum inter *B* & *A*, & nihil ex iis, qui ad *B* non pertingunt. Singulorum autem densitas erit in ratione reciproca duplicata rectæ *C I*, ac proinde exprimetur per *I G* ordinatam ad hyperbolam tertii gradus *F G M* descriptam inter asymptotos perpendiculares *A C*, *C V*, in qua ordinatæ sint in ratione reciproca duplicata abscissarum. Quare cum excurrente æquabiliter puncto *I* ab *A* ad *B*, numerus quoque peripheriarum circulorum æquabiliter excurrat, exprimet tota area hyperbolica *F A B M* summam omnium particularum luminis existentium in B pertinentium ad omnes ejusmodi circulos. Est autem ex hujus hyperbolæ natura, ut diximus etiam in prima parte num. 66., area ipsius ab ordinata quavis *B M*, vel *A F* ad partes oppositas *C* æqualis rectangulo *C B M*, vel *C A F*. Quare eæ areæ sunt, ut rectangula ipsa, sive ob *B M*, *F A* reciproce proportionales quadratis *C B*, *C A*, eæ areæ sunt reciproce ut ipsæ *C B*, *C A*, sive directe ut *C A*, *C B*, & dividendo erit *A B* ad *B C*, ut differentia illarum arearum, sive area *F A B M* ad aream ultra *F A* positam. Abeat jam punctum *B* in *N*: & factis *A B*, *B C* æqualibus, evadet area *F A B M* æqualis illi areæ positæ ultra *F A*. Quare area pertinens ad quodvis punctum *B* ad hanc ipsam aream pertinentem ad punctum *N*, sive densitas radiorum in quovis puncto *B* ad eorundem densitatem in *N* erit in illa ratione *A B* ad *B C*, ut Newtonus posuit primo loco.

119. Ut jam innotescat quantitas luminis comprehensi quovis circulo *B b*, ad quodvis punctum *O* rectæ *C V* ducatur recta *A O* occurrens ordinatæ *B M* in *P*: & recta quævis *B P* exponet numerum particularum in quavis circumferentia cujusvis circuli

$B\,b$. Nam erit is numerus ut denſitas, & circumferentia $B\,b$ ſimul, ſive directe ut denſitas, & ut radius $C\,B$. Quare is numerus pertinens ad quodvis punctum B ad eundem numerum pertinentem ad N erit, ut $A\,B$ ad $B\,C$, & $B\,C$ ad $C\,N$ ſimul, ſive ut $A\,B$ ad $C\,N$. Stante igitur puncto N, & utcunque variato B, erit numerus in circumferentia $B\,b$, ut $A\,B$, ſive ut $B\,P$. Quare quantitas luminis in toto circulo $C\,B$ incluſi exprimitur per aream $B\,C\,O\,P$, ſive per differentiam ſimilium triangulorum $C\,A\,O$, $B\,A\,P$, quæ cum ſint, ut quadrata laterum $C\,A$, $A\,B$, eadem quantitas exprimetur per differentiam quadratorum eorundem: & quoniam abeunte B in A, differentia illa jam æquatur quadrato ſolius $C\,A$, erit in quavis alia puncti B poſitione quantitas luminis incluſa circulo $B\,b$ ad totum lumen incluſum toto circulo $A\,a$, ut differentia quadratorum $C\,A$, $A\,B$ ad quadratum $C\,A$. Quod erat alterum a Newtono propoſitum.

120. Quod ſi quis in fig. 12. velit ipſam circuli $A\,a$ diametrum determinare, inveniet eſſe ad ſenſum $\frac{1}{54}$ partem aperturæ lentis $D\,E$: erit enim $A\,a$ ad $D\,E$, ut $M\,A$, vel proxime $M\,C$ ad $M\,D$, ſive ut ſinus $M\,D\,C$, quæ eſt ſemidifferentia refractionum ad ſinum anguli $D\,M\,C$, quæ eſt tota refractio, adeoque quam proxime ut $\frac{1}{2}$ ad 27, nimirum ut 1 ad 54, cum differentia refractionum in angulis exiguis ſit $\frac{1}{27}$ totius refractionis. Sed id ad rem noſtram non pertinet.

121. Quoniam in ſuperiore demonſtratione aſſumitur æquabilis illa diſtributio radiorum per angulum $A\,E\,a$, ſive per intervallum $A\,a$: patet eam a Newtono fuiſſe adhibitam. Si enim manentibus omnibus reliquis, quæ profecto mutari non poſſunt, ea unica conditio mutaretur, ſatis patet, progreſſum denſitatis luminis debere mutari, & Newtoni theorema falſum evadere.

122. Si jam hac diſtributione æquabili ſuppoſita in fig. 13. fiat in fig. 7. primæ partis, diviſio peripheriæ $D\,G\,C$ in partes proportionales partibus rectæ $C\,B$ fig. 13, ſtatim conſtructionis a Newtono adhibitæ ratio ſic reddi poteſt. Concipiantur radii omnes rubei, qui ingrediuntur datam radiorum mixturam, æqualiter diſtributi per arcum $D\,E$ omnes aurei per arcum $E\,F$, & ita porro, & concipiantur ſingulæ eorum particulæ agere æqualiter in oculum in O poſitum ad illum determinandum ad exprimendum colorem ſuum eodem pacto, quo totidem puncta agerent in punctum O, ſi id ſingula attraherent ad ſeſe æqualibus viribus. Ad inveniendam vim compoſitam ex omnibus ejusmodi viribus, oporteret, ut in Mechanicæ elementis demonſtrari ſolet, invenire centrum commune gravitatis omnium ejusmodi punctorum, quod ſi ponatur in Z, exprimeret recta $O\,Y$ ducta per O & Z directionem vis compoſitæ, & ipſa longitudo $O\,Z$ ejusdem vis intenſitatem. Centrum autem commune Z invenitur, ſi omnia puncta diſtributa per arcus illos ſingulos $D\,E$, $E\,F$ &c. colligantur in centris gravitatum p, q &c. eorundem arcuum, & inveniatur omnium ejusmodi maſſarum commune gravitatis centrum, quod idem eſt, ac circa ejusmodi centra deſcribere circellos numeris ejusmodi punctorum proportionales, & invenire centrum commune gravitatis eorum circellorum; quod ipſum in ſua illa conſtructione Newtonus præſtitit.

123. Ex hac igitur analogia vis compoſitæ deduceretur invento illo communi centro gravitatis Z, debere rectam $C\,Z\,Y$ oſtendere colorem, qui repræſentari deberet, & ejus diſtantiam ab O intenſitatem coloris ipſius, ut ipſe Newtonus determinavit. Et quidem ſtatim patet, hoc pacto debere ex mixtura omnium radiorum diſperſorum per refractionem iterum redire colorem album. Nam eo pacto eſſent particulæ luminis æqualiter di-

ſtributæ per totam circumferentiam $DEFC$, ac proinde centrum commune gravitatis omnium Z caderet in centrum O, & color evaderet albus.

124. At Newtonus non diviſit circumferentiam circuli $DEFC$ in eadem ratione, in qua diviſa eſt recta CB, ſed in alia, quæ tamen admodum facile cum eadem confundi potuiſſet ab homine, qui vel nimis propere ſcriberet, vel forte nimis diſtractam haberet mentem, dum ſcriberet, quod tamen in animum inducere non poſſumus, ut credamus Newtono contigiſſe, & veremur ſane, ne nos ipſi potius aliqua ratione hallucinemur. Exprimunt in fig. 7. AB, AI, AH &c. chordas, in monochordo *clavis, & toni, tertiæ minoris, quartæ, quintæ, ſextæ majoris, ſeptimæ, & octavæ ſupra iſtam clavim*, nimirum ſunt, ut numeri 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$, ut habet ipſe Newtonus experimento 7. partis 2. lib. 1. In obſervatione 14 ſub ipſum finem, eas nominat iterum *longitudines chordæ, quæ ſonent notas illas muſicas in Octava, ſol, la, fa, ſol, la, mi, fa, ſol*, & initio partis 2. lib. 2. eas nominat pariter *longitudines chordæ, quæ ſonent notas omnes muſicas in Octava*, ac utrobique eosdem illos ſubſcribit numeros. Hinc ad habendas longitudines CD, DE, EF &c. in fig. 7., oportet ſequentes ab antecedentibus fractiones ſubtrahere incipiendo a poſtremis, quo pacto proveniunt numeri $\frac{1}{16}$, $\frac{3}{80}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{9}$. Et quidem hujusmodi ſubtractione uſus eſt Newtonus ipſe in quinta obſervatione partis 4. lib. 2., ad eruendas *differentias longitudinum monochordi earum, quæ ſonent notas illas in Octava ſol, la, fa, ſol, la, mi, fa, ſol*, cum ponat numeros $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{27}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{16}$, qui a noſtris differunt ſolum in eo, quod ipſe a violaceis radiis incipiens, invertit ordinem, & præterea mutat $\frac{3}{80}$, in $\frac{3}{81}$, ſive $\frac{1}{27}$, & $\frac{1}{15}$ in $\frac{2}{27}$, ac $\frac{1}{16}$ in $\frac{1}{18}$, ut in denominatoribus plures ſint communes diviſores, & fractiones a veris parum differant.

S 3

125. Jam vero ubi lib. 1. part. 1. prop. 6. præſcribit diviſionem circuli in illos arcus DE, EF &c., præcipit, ut ſumantur *proportionales tonis 7 muſicis, ſive intervallis ſonorum octo illorum in Octava ſol, la, fa, ſol, mi, fa, ſol.* Si hic ſiſteret, videremur poſſe intelligere illa ipſa intervalla chordarum monochordi eos ſonos edentium, nimirum ubi a rubeo incipiendum eſt, illa intervalla figuræ 7. CD, DE &c., quæ exprimuntur numeris $\frac{1}{16}$, $\frac{3}{80}$; $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{9}$. At ille addit nimirum numeris $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, & hiſce, non illis, numeris ſchema ipſum conformatum eſt; nam arcus hinc inde a puncto D ſunt in eo ad ſenſum æquales, ut in numeris ab eo propoſitis primi poſtremis æquales ſunt. Porro hi numeri efformantur ex illis longitudinibus chordæ monochordi 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$, ſi fiat, ut quilibet numerus præcedens ad ſequentem, ita unitas ad quartum, & hic quartus terminus ſubtrahatur ab unitate. Sic ex. gr. ſunt $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, :: 1 $\frac{45}{48} = \frac{15}{16}$ & $1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16}$, & eodem pacto reliquæ Newtoni fractiones proveniunt. Hinc patet, ſi in fig. 13. quævis recta AD, AE, AF &c. dicatur unitas, dum confertur cum proxime præcedenti, intervalla CD, DE, EF &c. exprimi per ipſas Newtoni fractiones, ſed ſi hiſce novis fractionibus ſumantur lineæ proportionales, augeri quodlibet intervallum CD, DE, EF &c. in ratione rectarum AD, AE, AF &c. ad AB. Et jam apparet etiam ratio diverſæ formulæ, qua hic Newtonus eſt uſus, ab ea, quam adhibuit in illa obſervatione 5. partis 4. lib. 2., in qua noſtros illos numeros adhibuit exprimentes illam relationem rectarum CD, DE, EF &c. Ibi enim nominat *differentias longitudinum monochordi earum, quæ ſonent notas illas in Octava.* Hic vero monochordum non nominat, ſed illos circuli arcus facit *proportionales tonis 7. muſicis, ſive intervallis ſonorum 8. illorum in Octava.* Porro quilibet tonus eſt quædam relatio ſoni ad ſonum, quæ haberi poteſt

per binas ſolum longitudines chordæ, a quibus longitudinibus, ob numerum vibrationum ipſis reciproce proportionalem deſumuntur ſonorum menſuræ. Earum chordarum ſi ea, quæ eſt longior, & graviorem ſonum edit, dicatur unitas, jam intervalla ſonorum, ſive intervalla earum longitudinum exprimentur numeris Newtoni; ſi ſumantur ſeries chordarum ſucceſſive minores in monochordo, noſtri numeri proveniunt.

126. En igitur, quæ nobis ſit ſuborta ſuſpicio. Pro intervallis ſonorum aſſumtis conſiderando gradatim chordas minores, veremur ne aſſumſerit intervalla, quæ proveniunt, ſi in ſingulis tonis chorda longior dicatur unitas: & præterea ubi intervalla notarum nominantur pro arcubus a rubro incipientibus, veremur, ne notarum *ſol, la, fa, ſol, la, mi, fa, ſol,* ordo inverſus poſitus ſit (nam is ordo in fig. 13. tenetur, ubi a violaceo pergitur ad rubrum), quia fractiones, quæ ipſi obvenerant inverſo ordine, erant adhuc eædem, primis, & poſtremis æqualibus. Ad hoc enim, ut cum ejus numeris hujusmodi conſtructio recte procederet, oporteret in fig. 13. denſitatem radiorum a *B* ad *C* non eſſe uniformem, ſed augeri in illa eadem ratione, in qua ſpatia *I H*, *H G* &c. tranſlata in circulum augentur, ut facta æquabili diviſione per arcus illos, amplitudo arcuum compenſaret denſitatem majorem in intervallo *B C*. Aliter enim illud evidentiſſime ſequeretur, retentis Newtonianis numeris, & radiis omnibus, quos refractio diviſit per *B C*, diſtributis per arcus reſpondentes circuli æqualiter, non redire colorem album. Nam denſitas in omnibus arcubus non eſſet eadem, & centrum gravitatis commune non caderet in centrum circuli.

127. At Newtonus in illo theoremate, quod ſupra demonſtravimus, ſuppoſuit æquabilem diſperſionem radiorum per in-

tervallum $B C$: & si quæ est in ipso radio albo disperso per refractionem inæqualitas densitatis, non apparet sane, cur in illa potissimum ratione densitatem augeri dicamus, immo potius apparet oppositum. Monet enim eodem in loco Newtonus post constructionem, *colorum prismate exhibitorum clarissimos, & fulgentissimos esse flavum & aureum, hos sensum fortius quam reliquos simul universos afficere, hisque proximos esse claritate rubeum & viridem, cæruleum cum hisce comparatum debilem esse, & nubilum colorem, indicum autem & violaceum, multo etiam istis fusiores, languidioresque.* Rubei igitur radii in solari radio distracto minus multi sunt, vel minore vi percellunt oculos, quam aurei, & flavi, & tamen intervallum rubeis debitum in Newtoni constructione augetur omnium maxime. Sed vere nec inæqualitas radii solaris evincitur. Idcirco enim maxime ipse solaris radius non est albus, sed ad aureum, & flavum colorem accedit plurimum, quod in eo præ ceteris omnibus aurei, & flavi radii prævaleant, ac dominentur.

128. Quidquid tamen sit, nostra correctio non ita constructionem mutat, ut non fere idem ex eadem mixtura color plerumque proveniat, utralibet constructio adhibeatur. Cumque semper in qualibet mixtura in experimentis, vel observationibus occurrente minus certo definiri possit quorumcunque radiorum numerus, admodum difficile erit ex ipsis observationibus, & experimentis definire, utrum eadem adhibenda omnino sit.

129. Expeditis iis, quæ ad emissionem luminis pertinent, ad propagationem per medium homogeneum, ad reflexionem, & refractionem, jam sponte fluunt, quæ ad diffractionem pertinent, ut nihil in iis immorandum sit. Eædem illæ vires in aliis distantiis attractivæ, in aliis repulsivæ, quæ dum in corpus diversum incidunt radii, celeritatem perpendicularem vel extinguunt,

vel

vel minuunt, vel augent, ſimilem effectum debent producere in radiis in exigua illa diſtantia tranſeuntibus prope margines eorundem corporum, & hic etiam vices quædam recurrent, in quibus jam aliæ vires agent, jam aliæ. Hoc pacto radii, quo propius tranſibunt, eo magis intorquebuntur, & aliæ ejusdem radii particulæ in eadem diſtantia attrahentur, ſive flectentur introrſum, aliæ repellentur, ſive extrorſum flectentur, & alii colores aliter hæc ipſa pati debent, ſed ad hæc accuratius determinanda deſunt phænomena.

130. De Cryſtallo Islandica ſupra aliquid innuimus. Si diverſa latera particularum luminis diverſas vires habent reſpectu ejusdem ſuperficiei ejus Cryſtalli, ea phænomena explicari poſſunt, quod ipſum Newtonus fuſius præſtitit in Optica *quæſt. 17. & 18.* Vires autem in aliis lateribus aliæ in noſtra theoria admodum facile haberi poſſunt, ut ſub initium oſtendimus. Quare explicatis iis omnibus luminis proprietatibus, quas in prima parte propoſuimus, jam contrahenda ſunt vela, diſſertatione nimis in longum protracta. Dabimus operam, ſi vita, & otium ſupererit, ut in pluribus aliis argumentis idem ejusdem theoriæ ſucceſſus perſpiciatur.

